

<p>المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم -2- المدة : ساعتان</p>	<p>الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم : الرياضيات</p>	 <p>المركز القومي للبحوث والدراسات</p>
---	---	---

نموذج مسابقة (يراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطورة)

ارشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I- (4 points)

Remarques : Les quatre questions sont indépendantes.

- 1) Soit $A = 3^{24} + 3^{25} + 3^{26}$. Factoriser A et en déduire que A est un multiple de 13.
- 2) On donne : $a = \sqrt{14} + \sqrt{2}$ et $b = -\sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$.
 - a) Calculer a^2 et b^2 en montrant les étapes de calcul.
 - b) Comparer $\frac{a}{2}$ et b.
- 3) Quel est le signe de $\frac{-2x^2}{-y}$, si $x < 0$ et $y > 0$?
- 4) Un élève a écrit: « Si le prix d'un ballon baisse de 15%, alors le prix de 2 ballons baissera de 30%. » A-t-il raison ? Justifier.

II- (4 points)

Partie A

On donne : $A(x) = (1 - x)(6x - 8) + 16 - 9x^2$.

- 1) Développer puis réduire A(x).
- 2) Factoriser A(x).
- 3) Résoudre chacune des équations : $A(x) = 0$; $A(x) = 8$

Partie B

On donne $E(x) = \frac{(x-3)(-2-5x)}{(2+5x)(4-3x)}$.

- 1) Pour quelles valeurs de x cette expression est-elle définie ?
- 2) Simplifier E(x).
- 3) Résoudre l'équation : $E(x) = \frac{1}{3}$.

III- (4 points)

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AC = 2 AB$. On pose $AB = a$, avec $a > 0$.

[AM] est la médiane issue de A.

- 1) Faire une figure que l'on complètera par la suite.
- 2) Calculer BC et AM en fonction de a.
- 3) De A, mener la perpendiculaire (d) à (AM). Puis mener de B et C les perpendiculaires à (d) ; elles coupent (d) respectivement en B' et C'.
 - a) Démontrer que [BA] et [CA] sont les bissectrices respectives des angles $\widehat{CBB'}$ et $\widehat{BCC'}$.
 - b) Démontrer que les triangles ACC' et ABB' sont semblables. Déterminer les rapports de similitude des deux triangles.
- 4) Soit [AH] la hauteur dans le triangle ABC.
 - a) Montrer que $AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

- b) Calculer, en fonction de a , les longueurs $B'C'$, BB' et CC' .

IV-(4 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé d'axes $x'Ox$ et $y'Oy$.

- 1) Placer les points $A(3 ; 2)$, $B(2 ; 5)$ et $C(-1 ; 4)$.
- 2) Prouver que le triangle ABC est rectangle isocèle.
- 3) Soit S le milieu de $[AC]$, et D le point symétrique de B par rapport à S .
 - a) Déterminer la nature du quadrilatère $ABCD$.
 - b) Calculer les coordonnées du point D .
- 4) La parallèle à la droite (AC) passant par D coupe l'axe des abscisses au point T .
 - a) Déterminer l'équation de la droite (DT) .
 - b) Calculer les coordonnées du point T .
- 5)
 - a) Résoudre l'équation : $x^2 = 5$.
 - b) M est le point de coordonnées $(1; m)$, où m est un nombre réel. Déterminer les valeurs de m pour que M soit sur le cercle circonscrit au carré $ABCD$.

V-(4 points)

Remarques : Les parties 1) et 2) sont indépendantes.

- 1) Un groupe de 6 filles et 4 garçons ont présenté le même test de mathématiques. La moyenne des notes des filles sur ce test est 14 et celle des garçons est 12. Quelle est la moyenne des notes de ce groupe sur ce test ?
- 2) Une enquête, menée par des élèves de EB7, sur le nombre de téléphones portables dans une même famille a donné les résultats suivants :

Nombre de téléphones	0	1	2	3
Nombre de familles	5	15	50	30

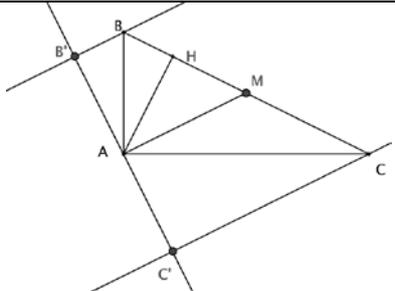
- a) Quel est l'effectif total ?
- b) Quel est le pourcentage des familles qui ont au moins 2 téléphones portables ?
- c) Représenter cette situation par un diagramme circulaire. Les calculs d'angles associés à chaque secteur doivent figurer sur la copie.

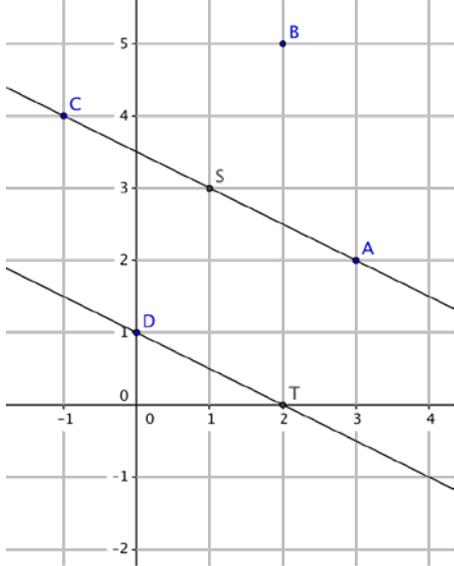
المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم -2- المدة : ساعتان	الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم : الرياضيات	 المركز التربوي للبحوث والإنماء
---	---	---

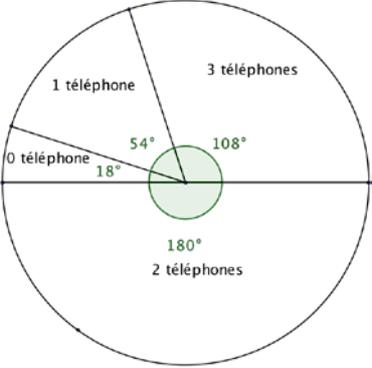
أسس التصحيح (تراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطورة)

Eléments de réponses

I-	1)	$A = 3^{24} (1 + 3 + 9) = 3^{24} \times 13$ A est multiple de 13 car 3^{24} est un entier .	0,5 0,5
	2)	$a^2 = (\sqrt{14} + \sqrt{2})^2 = 16 + 4\sqrt{7}$.	0,25
		$b^2 = \frac{7}{2} + \frac{1}{2} + 2\sqrt{\frac{7}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}} = 4 + \sqrt{7}$; $a^2 = 4b^2$ b) $a = -2b$	0,5 0,25
	3)	pour tout $x, x^2 > 0$ alors $-2x^2 < 0$ $-y < 0$, donc $\frac{-2x^2}{-y} > 0$.	0,5 0,25 0,25
4)	Faux. Avant réduction : x est le prix d'un ballon et $2x$ celui de 2 ballons. Après réduction : Un ballon : $0,85x$. Prix de 2 ballons : $(0,85x) \times 2 = 0,85 \times (2x)$ Le prix de 2 ballons a diminué de 15% . On peut raisonner en disant que si cet élève a raison, et s'il achète 7 ballons, le marchand doit lui payer de l'argent car la réduction sera de 105% .	1	
II-	A 1)	$A(x) = -15x^2 + 14x + 8$	0,5
	2)	$A(x) = (1 - x)(6x - 8) + 16 - 9x^2$ $A(x) = 2(1 - x)(3x - 4) + (4 - 3x)(4 + 3x)$	0,25
		$A(x) = 2(1 - x)(3x - 4) - (3x - 4)(4 + 3x)$ $A(x) = (3x - 4)(-2 - 5x)$	0,25 0,25

		$A(x) = 0$, pour $x = \frac{4}{3}$ ou $x = -\frac{2}{5}$	0,25
		$A(x) = 8$	0,25
	3)	$-15x^2 + 14x + 8 = 8$ $-15x^2 + 14x = 0$ $x(-15x + 14) = 0$ $x = \frac{14}{15}$ ou $x = 0$	0,25 0,25 0,5
	B	$x \neq \frac{4}{3}$ et $x \neq -\frac{2}{5}$	0,5
	1)		
	2)	$E(x) = \frac{x-3}{3x-4}$	0,25
	3)	$\frac{x-3}{3x-4} = \frac{1}{3}$, donc $3x-9 = 3x-4$; l'équation n'a pas de solution.	0,5
III-	1)		0,5
	2)	Pythagore : $AC = 2a$, donc $BC^2 = 4a^2 + a^2$; or $BC > 0$, donc $BC = a\sqrt{5}$ $AM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$	0,25 0,25
	3) a.	BMA isocèle en M, donc $\widehat{MAB} = \widehat{MBA}$; $(AM) \parallel (BB')$, $\widehat{B'BA}$ et \widehat{MAB} alterne-interne, donc $\widehat{B'BA} = \widehat{MAB}$ par suite $\widehat{B'BA} = \widehat{MBA}$ et [BA] bissectrice de $\widehat{CBB'}$. De même pour [CA] bissectrice de $\widehat{BCC'}$.	0,5
	3) b.	Un angle droit et $\widehat{B'BA} = \widehat{CAC'}$, par complément égaux. $\frac{BB'}{AC'} = \frac{B'A}{C'C} = \frac{AB}{CA} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$	0,5 0,25
	4) a.	Relation des aires : $\frac{1}{2}AH \times BC = \frac{1}{2}AB \times AC$; ou à partir des triangles semblables BAH et ABC.	0,5

		$d'où AH \times BC = AB \times AC$ et $AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{2a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{2a}{\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$	0,5
4) b		A est sur la bissectrice de $\widehat{CBB'}$, donc A est équidistant des côtés de l'angle d'où $AH = AB'$. de même $AH = AC'$.	0,25
		D'où $B'C' = 2AH = \frac{4a\sqrt{5}}{5}$	0,25
		$BB' = \frac{1}{2} AC'$, d'après 3) b. donc $BB' = \frac{a\sqrt{5}}{5}$	0,25
		$CC' = 2B'A$, d'après 3) b. donc $CC' = 2 \times \frac{2a\sqrt{5}}{5}$, d'après 4)a. $CC' = \frac{4a\sqrt{5}}{5}$	
IV	1)	 <p>Bien que cela ne soit pas exigé, nous avons complété la figure .</p>	0,25
	2)	$AB^2 = (2 - 3)^2 + (5 - 2)^2 = 1 + 9 = 10$; $AC^2 = 16 + 4 = 20$ $BC^2 = 9 + 1 = 10$; $AB = BC$ et $AB^2 + BC^2 = AC^2$ donc ABC isocèle rectangle en B.	0,5 0,25
	3) a	ABCD est un carré.	0,5
	3) b	Plusieurs méthodes : le milieu S(1 ;3) ou $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$; D(0,1)	0,5
	4) a	(DT) // (AC) , coefficient directeur : $a = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$ et D sur (DT), donc $y = -\frac{1}{2}x + 1$.	0,5 0,25
	4) b	L'ordonnée de T est égale à zéro donc T(2 ;0).	0,25
	5) a	$x = \sqrt{5}$ ou $x = -\sqrt{5}$.	0,25
	5) b	S(1 ;3) ; $SA^2 = 5$	

		$MS^2 = SA^2; MS^2 = 5$ $(1 - 1)^2 + (m - 3)^2 = 5;$ $(m - 3)^2 = 5; m - 3 = \sqrt{5}$ ou $m - 3 = -\sqrt{5};$ $m = 3 + \sqrt{5}$ ou $m = 3 - \sqrt{5}$	0,25 0,25 0,25														
V	1)	$[(6 \times 14) + (4 \times 12)] \div 10 = 13,2.$	1,5														
	2) a	$5 + 15 + 50 + 30 = 100.$	0,25														
	2) b	$(50 + 30) : 100 = 0,8$ ou 80%	0,5 + 0,25														
	2) c	Calcul d'angles : <table border="1" data-bbox="336 719 1182 1099"> <thead> <tr> <th>Nombre de téléphones</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Nombre de familles</td> <td>5</td> <td>15</td> <td>50</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>Angles</td> <td>18°</td> <td>54°</td> <td>180°</td> <td>108°</td> </tr> </tbody> </table> 	Nombre de téléphones	0	1	2	3	Nombre de familles	5	15	50	30	Angles	18°	54°	180°	108°
Nombre de téléphones	0	1	2	3													
Nombre de familles	5	15	50	30													
Angles	18°	54°	180°	108°													