وزارة التربية والتعليم العالي
المديرية العامة للتربية
دائرة الامتحانات

امتحانات الشهادة الثانوية العامة
الفرع : علوم عامة

دورة سنة ٢٠٠٧ الإكمالية الإستثنائية

عدد المسائل: ست	مسابقة في مادة الرياضيات المدة أربع ساعات	الاسم: الرقم:

ملاحظة : يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات .
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة).

I – (2 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O\,;\,\vec{u}\,,\,\vec{v})$.

Soit z le nombre complexe non nul défini par sa forme exponentielle $z = r\,e^{i\alpha}$ dont le conjugué est noté $\bar{z}$.

On considère les points *A*, *B* et *C* d'affixes respectives $z_A = z$, $z_B = \dfrac{1}{z}$ et $z_C = \dfrac{z^2}{\bar{z}}$.

1- Déterminer la forme exponentielle de chacun des nombres z_B et z_C en fonction de r et α.

2- Déterminer, en fonction de α, une mesure de l'angle $(\overrightarrow{OB}\,;\,\overrightarrow{OC})$. En déduire les valeurs de α pour que *O*, *B* et *C* soient alignés et que *O* appartienne à [*BC*].

3- On suppose dans cette partie que $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$.

a) Vérifier que $z_B \times \bar{z}_C = -1$.

b) Soit D le point d'affixe z_D telle que $z_D = -\dfrac{1}{\bar{z}}$.

Calculer chacun des nombres $z_B - z_D$ et $z_A - z_C$ en fonction de r et montrer que les droites (BD) et (AC) sont parallèles.

c) Démontrer que *ABDC* est un trapèze isocèle.

II – (3 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\,,\,\vec{k})$.

On considère les points A(–1 ; 2 ; 0), B(2 ; 1 ; 0) et C(0 ; 0 ; 3).

1- Calculer l'aire du triangle ABC.

2- Calculer le volume du tétraèdre OABC. En déduire la distance de O au plan (ABC).

3- a) Ecrire une équation du plan (ABC).

b) Montrer que le point $O'\left(\dfrac{18}{23};\dfrac{54}{23};\dfrac{30}{23}\right)$ est le symétrique de O par rapport au plan (ABC).

c) Calculer $\cos(\widehat{OAO'})$ ainsi que le cosinus de l'angle de la droite (AO) et du plan (ABC).

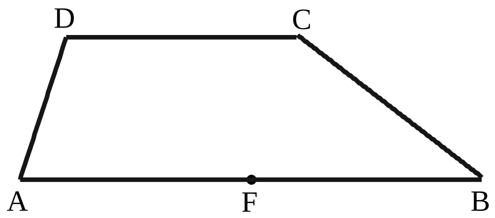
4- Soit J le milieu de [AB].

a) Vérifier que le plan (COJ) est le plan médiateur de [AB].

b) Calculer le cosinus de l'angle aigu des deux plans (COJ) et (xOz).

III – (2 points)

ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] tel que:
[AB] est fixe et AB = 12 ;
[CD] est variable et CD = 6.
Soit F le milieu de [AB].



1- a) Montrer que si le périmètre de ABCD reste égal à 28, alors D varie sur une ellipse (E) de foyers A et F.
b) Tracer (E).

Dans tout ce qui suit, le plan est rapporté à un repère orthonormé $(A\ ;\ \vec{i}, \vec{j})$ **tel que** B(12 ;0).

2- a) Montrer que $\frac{(x-3)^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ est une équation de l'ellipse (E).
b) Calculer l'excentricité de (E) et déterminer une équation de la directrice (d) associée à A.

3- Soit L l'un des points d'intersection de (E) avec l'axe des ordonnées.
a) Déterminer une équation de la tangente (T) à (E) en L.
b) Montrer que (T) coupe l'axe focal de (E) en un point appartenant à la directrice (d).

IV – (3 points)

Pour maintenir en bon état de fonctionnement les voitures dans une ville donnée, une société fait contrôler toutes les voitures de cette ville.
On sait que 20 % des voitures sont sous garantie.

Parmi les voitures qui sont sous garantie, la probabilité qu'une voiture ait un défaut est $\frac{1}{100}$.

Parmi les voitures qui ne sont pas sous garantie, la probabilité qu'une voiture ait un défaut est $\frac{1}{10}$.

1- Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
A : « La voiture contrôlée est sous garantie et a un défaut ».
D : « La voiture contrôlée a un défaut ».

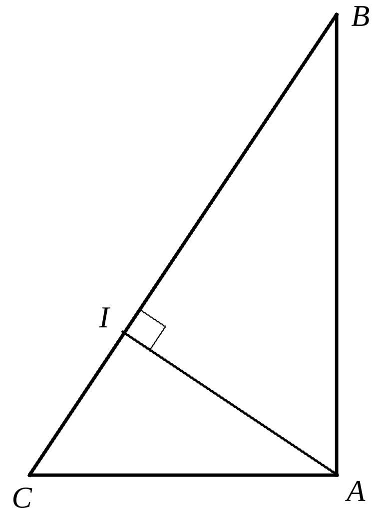
2- Montrer que la probabilité qu'une voiture contrôlée soit sous garantie sachant qu'elle a un défaut est $\frac{1}{41}$.

3- Le contrôle est gratuit si la voiture est sous garantie ;
il coûte 50 000 LL si la voiture n'est pas sous garantie et n'a pas un défaut ;
il coûte 150 000 LL si la voiture n'est pas sous garantie et a un défaut.
On note X la variable aléatoire égale au coût de contrôle d'une voiture.
a) Quelles sont les valeurs possibles de X ?
b) Déterminer la loi de probabilité de X et calculer l'espérance mathématique de X.

4- La société fait contrôler en moyenne 50 voitures par jour. Estimer son coût de contrôle journalier.

V – (3 points)

On donne un triangle ABC tel que AB = 6, AC = 4 et $(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2}\ (2\pi)$.



Soit I le projeté orthogonal de A sur (BC).

1- Soit h l'homothétie de centre I qui transforme C en B.
Construire l'image (d) de la droite (AC) par h.
Déduire l'image D de A par h.

2- Soit S la similitude qui transforme A en B et C en A.
a) Déterminer le rapport et un angle de S.
b) Déterminer l'image par S de chacune des deux droites (AI) et (CB). En déduire que I est le centre de S.
c) Déterminer l'image de (AB) par S.
En déduire que S(B) = D.

3-a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de SoS.
b) Montrer que SoS(A) = h(A).
c) Montrer que SoS = h.

4- Soit E le milieu de [AC].
a) Déterminer les points F et G tels que F = S(E) et G = S(F).
b) Montrer que les points E, I et G sont alignés.

VI – (7 points)

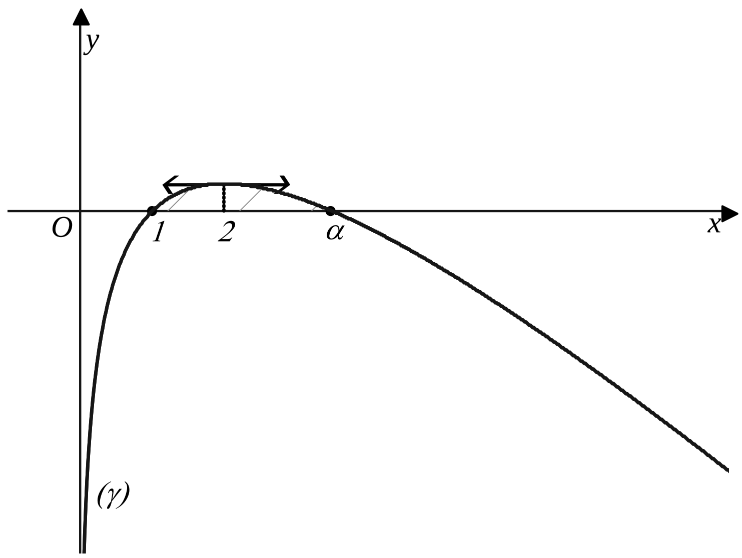
A- On considère l'équation différentielle $(I)\ :\ xy' - y = 1 - 2\ln x$.

1- Vérifier que $y_1 = 1 + 2\ln x$ est une solution particulière de l'équation (I).

2- Déterminer la solution générale Y de l'équation différentielle $xy' - y = 0$.

3- a) Vérifier que $Y + y_1$ est la solution générale de l'équation différentielle (I).
b) Déterminer la solution particulière y de l'équation (I) telle que $y(1) = 0$.

B- La figure ci-dessous, montre la courbe représentative (γ), dans un repère orthonormé, de la fonction h définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $h(x) = 1 - x + 2\ln x$.



1- a) Montrer que $3,51 < \alpha < 3,52$.

b) Déterminer le maximum de *h(x)*.

2- a) A l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_1^{\alpha} \ln x \, dx$ en fonction de α .

b) En déduire l'aire $S(\alpha)$ du domaine hachuré limité par (γ) et l'axe des abscisses.

C- Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1+2\ln x}{x^2}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j})$.

1- a) Déterminer le point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses.

b) Montrer que les axes du repère sont asymptotes à (C).

2- a) Dresser le tableau de variations de f et montrer que $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha}$.

b) Tracer (C).

3- a) Montrer que la restriction de f à l'intervalle $[1;+\infty[$ admet une fonction réciproque f^{-1}.

b) Déterminer le domaine de définition et le domaine de dérivabilité de f^{-1}.

c) Résoudre l'inéquation $f^{-1}(x) > \alpha$.

D- Soit (I_n) la suite définie, pour $n \geq 4$, par $I_n = \int_n^{n+1} f(x)\,dx$.

1- Démontrer que, pour tout x dans l'intervalle $[4;+\infty[$, $0 \leq f(x) \leq \dfrac{1}{x}$.

2- En déduire que, pour tout entier naturel $n \geq 4$, $0 \leq I_n \leq \ln\left(\dfrac{n+1}{n}\right)$.

3- Déterminer la limite de la suite (I_n).

وزارة التربية والتعليم العالي
المديرية العامة للتربية
دائرة الامتحانات

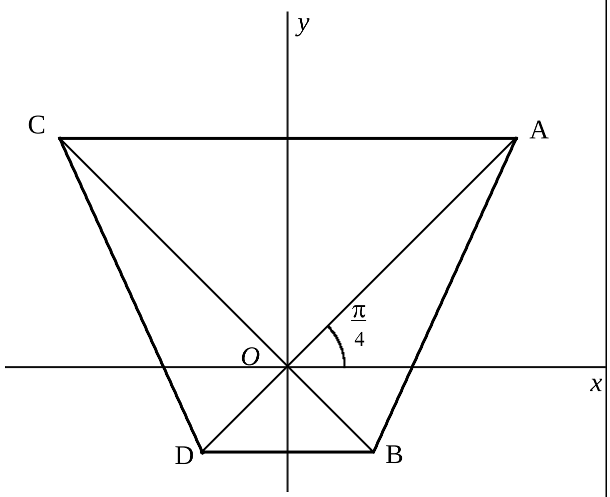
امتحانات الشهادة الثانوية العامة
الفرع : علوم عامة

الدورة الإستثنائية للعام
٢٠٠٧

معيار التصحيح

مسابقة في مادة الرياضيات

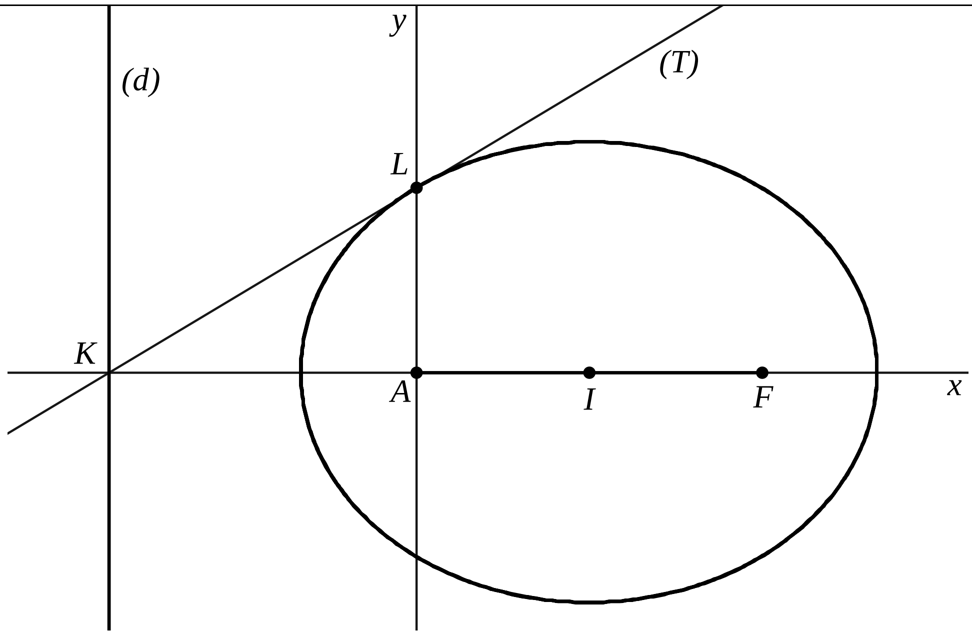
№ 1- (2 points)

Partie de la Q.	Corrigé	Note
1	$z_B = \frac{1}{z} = \frac{1}{r} e^{-i\alpha}$; $z_C = \frac{z^2}{\bar{z}} = \frac{r^2 e^{i2\alpha}}{r\, e^{-i\alpha}} = r\, e^{i3\alpha}$.	0,5
2	$(\overrightarrow{OB}\ ;\ \overrightarrow{OC}) = (\vec{u}\ ;\ \overrightarrow{OC}) - (\vec{u}\ ;\ \overrightarrow{OB}) = 3\alpha - (-\alpha) = 4\alpha$. O, B et C sont alignés et $O \in [BC]$ équivaut à $(\overrightarrow{OB}\ ;\ \overrightarrow{OC}) = \pi + 2k\pi$ D'où $\alpha = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ avec $k \in \mathbb{Z}$.	0,5
3a	$z_B \times \overline{z_C} = \frac{1}{r} e^{-i\alpha} \times r\ e^{-i3\alpha} = e^{-i4\alpha} = e^{-i\pi} = -1$.	0,5
3b	$z_B - z_D = \frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{z + \bar{z}}{z\bar{z}} = \frac{2r\cos\frac{\pi}{4}}{r^2} = \frac{\sqrt{2}}{r}$; $z_A - z_C = z - \frac{z^2}{\bar{z}} = \frac{z}{\bar{z}}(\bar{z} - z) = i(-2\,i\,r\sin\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}\,r$. $\frac{z_B - z_D}{z_A - z_C} = \frac{1}{r^2}$ (réel) $\frac{z_B - z_D}{z_A - z_C}$ étant un réel , donc (BD) et (AC) sont parallèles . ***ou*** Chacun des nombres $z_B - z_D$ et $z_A - z_C$ est un réel , par suite chacune des droites (BD) et (AC) est parallèle à l'axe des abscisses. Elles sont donc parallèles	1,5
3c	$OA = OC = r$ et $OB = OD = \frac{1}{r}$. $z_D = -\frac{z}{z\bar{z}} = -\frac{1}{r^2} z$ .Donc O, A et D sont alignés. Donc *ABDC* est un trapèze isocèle car ses diagonales se coupent en 2 triangles isocèles.  	1

№ II-(3 points)

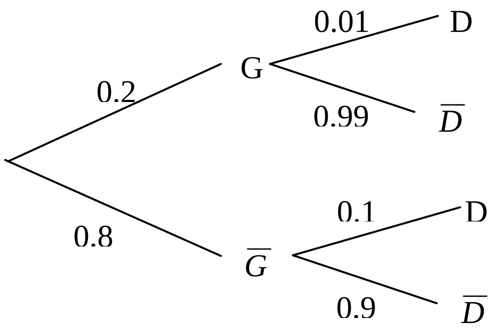
Partie de la Q.	Corrigé	Note
1	$\overrightarrow{AB}$ (3 ; -1 ; 0) ; $\overrightarrow{AC}$ (1 ; -2 ; 3) ; $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = -3\,\vec{i} - 9\vec{j} - 5\vec{k}$. L'aire du triangle ABC est $S = \frac{1}{2}\sqrt{9+81+25} = \frac{1}{2}\sqrt{115}$ unités d'aire .	0,5
2	$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}(-3\,;-9\,;-5)$ et $\overrightarrow{OA}(-1\,;\,2\,;\,0)$; alors $\overrightarrow{OA}.(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) = -15$. Le volume du tétraèdre $OABC$ est $V = \frac{1}{6}\left\|\overrightarrow{OA}.(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC})\right\| = \frac{5}{2}$ unités de volume. Si d est la distance de O au plan (ABC), alors $\mathrm{V} = \frac{1}{3}\mathrm{d} \times \mathrm{S} = \frac{\mathrm{d}\sqrt{115}}{6}$. D'où $\mathrm{d} = \frac{15}{\sqrt{115}} = \frac{3\sqrt{115}}{23}$.	1
3a	(ABC) : $3x + 9y + 5z - 15 = 0$.	1
3b	$\vec{u}(3\,;\,9\,;\,5)$ est un vecteur directeur de la droite (OO') ; (OO') : $x = 3t$; $y = 9t$; $z = 5t$. $(OO') \cap (ABC) : t = \frac{3}{23}$; donc $(OO') \cap (ABC) = \left\{H\left(\frac{9}{23}\,;\,\frac{27}{23}\,;\,\frac{15}{23}\right)\right\}$ H étant le milieu de $[OO']$; donc $O'\left(\frac{18}{23}\,;\,\frac{54}{23}\,;\,\frac{30}{23}\right)$.	1
3c	$\cos\ (\mathrm{O\hat{A}O'}) = \frac{\overrightarrow{\mathrm{AO}}\ .\ \overrightarrow{\mathrm{AO'}}}{\mathrm{AO} \times \mathrm{AO'}} = \frac{5}{23}$. Soit α l'angle de (AO) et du plan (ABC) . $\mathrm{O\hat{A}O'} = 2\alpha$. $\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2} = \frac{\mathrm{I4}}{23}$. Puisque α est aigu , $\cos\alpha = \frac{\sqrt{322}}{23}$.	1,5
4a	$J\left(\frac{1}{2}\,;\,\frac{3}{2}\,;\,0\right)$; $\overrightarrow{OJ}.\overrightarrow{AB} = 0$ et $(AB) \perp (OJ)$ (**ou** remarquer que ABC est isocèle) De plus $(AB) \perp (OC)$ car $\overrightarrow{OC}.\overrightarrow{AB} = 0$ (**ou** car $(AB) \subset (xOy)$ et $C \in z'z$) . Donc le plan (COJ) est le plan médiateur de $[AB]$.	0,5
4b	$\vec{j} \perp (xOz)$ et $\overrightarrow{AB} \perp (COJ)$; donc $\cos\beta = \frac{\left\|\vec{j}.\overrightarrow{AB}\right\|}{AB} = \frac{1}{\sqrt{10}}$.	O,5

№ III- (2 points)

Partie de la Q.	Corrigé	Note
1a	Si $AB + CD + BC + DA = 28$ alors $12 + 6 + DF + DA = 28$. D'où $DF + DA = 10 > AF$. Le point D varie sur l'ellipse (E) de foyers A et F et de longueur d'axe focal $2a = 10$.	1
1b		0,5
2a	$I(3\ ;\ 0)$ est le centre de (E) ; $a = 5$ et $c = \frac{1}{2}AF = 3$. Alors $b = 4$. L'axe focal de (E) étant $x'x$, alors (E) : $\frac{(x-3)^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.	1
2b	$e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}$ et (d) : $x = x_I - \frac{a^2}{c} = 3 - \frac{25}{3}$; Soit (d) : $x = -\frac{16}{3}$.	0,5
3a	$L(0\ ;\ \frac{16}{5})$. (T) : $16(x_L - 3)(x-3) + 25(y_L)y = 400$. (T) : $-3(x-3) + 5y = 25$; $-3x + 5y = 16$.	0,5
3b	(T) coupe $x'x$ en $K(-\frac{16}{3}\ ;\ 0)$ qui appartient à la directrice (d) de (E) .	0,5

№ IV- (3 points)

Partie de la Q.	Corrigé	Note
1	Soit G et D les événements suivants : G : « La voiture est sous garantie » . On peut construire l'arbre suivant :	1,5

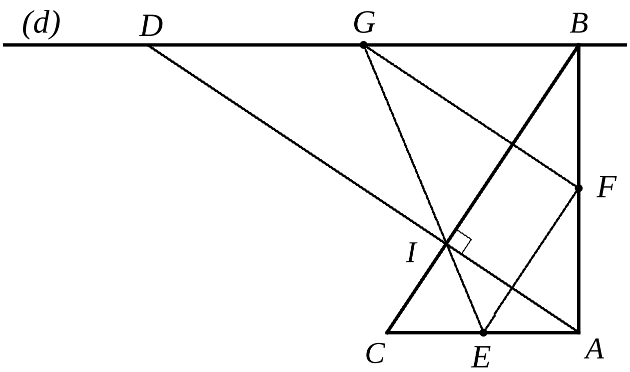
<table>
<tr><td></td><td>

$A = G \cap D$ d'où p(A) = p (G) × p(D/G) = $0,2 \times 0,01 = 0,002$.

$P(D) = P(G \cap D) + P(\overline{G} \cap D) = 0,002 + 0,8 \times 0,1 = 0,002 + 0,08 = 0,082$.</td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>$p\left(G/D\right) = \dfrac{p(G \cap D)}{p(D)} = \dfrac{0,002}{0,082} = \dfrac{2}{82} = \dfrac{1}{41}$.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>3a</td><td>Les valeurs possibles de X sont : 0 ; 50 000 and 150 000.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>3b</td><td>$p(X = 0) = p(G) = 0,2$.
$\mathrm{p}(X = 50\,000) = \mathrm{p}(\overline{G} \cap \overline{D}) = \mathrm{P}(\overline{G}) \times \mathrm{P}(\overline{D}/\overline{G}) = 0,8 \times 0,9 = 0,72$
$\mathrm{p}(x = 150\,000) = p(\overline{G} \cap D) = 0,1 \times 0,8 = 0,08$.

<table><tr><td>Xi</td><td>0</td><td>50 000</td><td>150 000</td></tr><tr><td>P(X= x_i)</td><td>0,2</td><td>0,72</td><td>0,08</td></tr></table>
$\mathrm{E}(X) = \sum p_i x_i = 0 + 0,72 \times 50000 + 0,08 \times 150\,000 = 36\,000 + 12\,000 = 48\,000$LL.</td><td>2 ,5</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Le coût moyen de contrôle est 48 000 LL.
Donc si la société fait contrôler 50 voitures, le coût est estimé à :
$48\,000 \times 50 = 2\,400\,000$ LL.</td><td>1</td></tr>
</table>

№ V- (3 points)

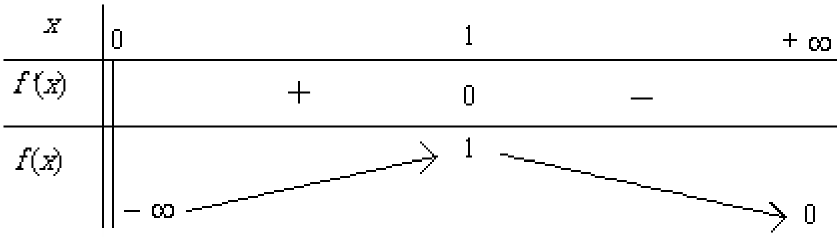
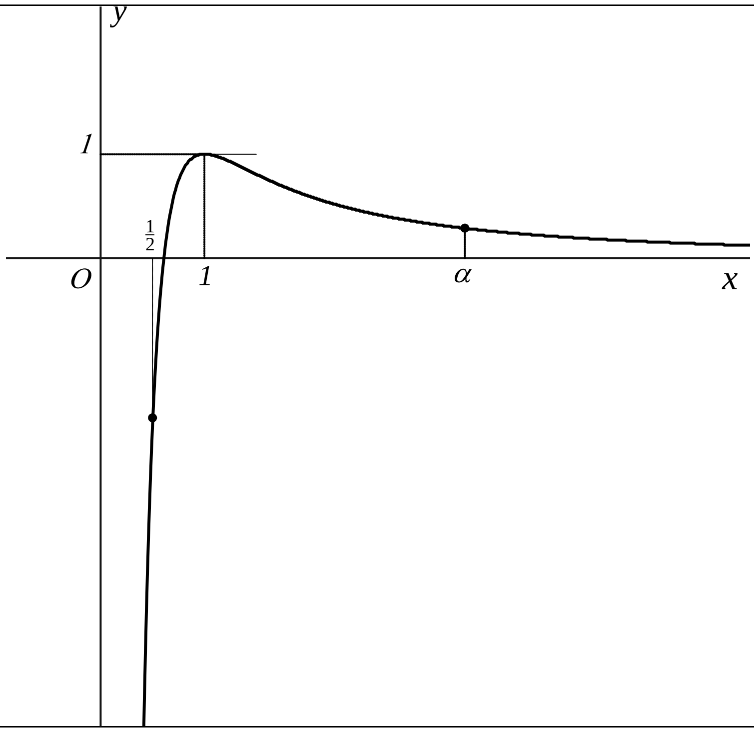
<table>
<tr><th>Partie de la Q.</th><th>Corrigé</th><th>Note</th></tr>
<tr><td>1</td><td>

$h(C) = B$. L'image (d) de (AC) par h
est la parallèle à (AC) passant par B.
L'image D de A par h est le point d'intersection de (AI) avec (d) .</td><td>1</td></tr>
</table>

2a	L'angle de S est $\alpha = (\overrightarrow{AC}\ ;\overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$; son rapport est $k = \frac{BA}{AC} = \frac{3}{2}$	0,5
2b	$S(A) = B$ et $\alpha = \frac{\pi}{2}$, alors $S(AI)$ est la perpendiculaire à (AI) passant par B ; $S(AI) = (BC)$. De même , $S(CB) = (AI)$. $S(AI) = (BC)$ et $I \in (AI)$ alors $S(I) \in (BC)$. $S(CB) = (AI)$ et $I \in (BC)$ alors $S(I) \in (AI)$. Alors $S(I) = I$ et I est le centre de S.	1,5
2c	$S(A) = B$ et $\alpha = \frac{\pi}{2}$, alors $S(AB)$ est la perpendiculaire à (AB) passant par B ; S(AB) = (d). $S(AB) = (d)$ et $B \in (AB)$ alors $S(B) \in (d)$; B $\in$(BC) et S(BC) = (AI) , d'où S(B) $\in$(AI), donc S(B) = (AI) $\cap$ (d) alors $S(B) = D$.	0,5
3a	$S \circ S = S(I\ ,\frac{3}{2}\ ,\frac{\pi}{2}) \circ S(I\ ,\frac{3}{2}\ ,\frac{\pi}{2}) = S(I\ ,\frac{9}{4}\ ,\pi)$. Donc $S \circ S$ est l'homothétie $h(I\ ,-\frac{9}{4})$	0,5
3b	$S \circ S(A) = S(S(A)) = S(B) = D$.	0,5
3c	$S \circ S$ et h sont deux homothéties de même centre I et $S \circ S(A) = h(A) = D$ alors $S \circ S = h$.	0,5
4a	$S([AC]) = [BA]$ et E est le milieu de $[AC]$; alors $S(E)$ est le milieu F de $[AB]$. $S([AB]) = [BD]$ et F est le milieu de $[AB]$; alors $S(F)$ est le milieu G de $[BD]$.	0,5
4b	$G = S(F) = S \circ S(E) = h(E)$. Alors E, I et G sont alignés .	0,5

№ VI- (7 points)

Partie de la Q.	Corrigé	Note
A1	$x y'_1 - y_1 = 2 - 1 - 2\ell n\, x = 1 - 2\ell n\, x$.	0,5
A2	$y = 0$ est une solution particulière de l'équation (2) : $xy' - y = 0$; Si $y \neq 0$, $\frac{y'}{y} = \frac{1}{x}$; $\ln\lvert y\rvert$ = lnx +k.La solution générale de (2) est $Y = a\,x$ où $a \in IR$	1
A3a	$Y + y_1 = 1 + ax + 2\ell n\, x$ dépend d'une constante arbitraire et vérifie l'équation (1). Alors $y = 1 + ax + 2\ell n\, x$ est la solution générale (1).	0,5
A3b	$y(1) = 0$ ssi $a = -1$; $y = 1 - x + 2\ell n\, x$.	0,5
B1a	$h(3{,}51) \times h(3{,}52) \approx (0{,}001)(-0{,}003) < 0$. Alors $3{,}51 < \alpha < 3{,}52$.	1
B1b	Le maximum de $h(x)$ est $h(2) = -1 + \ell n\, 4$.	0,5

B2a	$\int_1^\alpha \ell n\, x\, dx = [x\,\ell n\, x]_1^\alpha - \int_1^\alpha dx = [x\,\ell n\, x - x]_1^\alpha = \alpha\,\ell n\,\alpha - \alpha + 1$.	1
B2b	$S = \int_1^\alpha h(x)dx = \left[x - \frac{1}{2}x^2\right]_1^\alpha + 2(\alpha\,\ell n\,\alpha - \alpha + 1) = \frac{3}{2} + 2\alpha\,\ell n\,\alpha - \alpha - \frac{1}{2}\alpha^2$ unités d'aire .	0,5
C1a	f(x) = 0 ; 1 +2*lnx* =0 ;x = $\frac{1}{\sqrt{e}}$ d'où $\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\ ;\ 0\right)$	0,5
C1b	$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0^+$ alors $x'x$ et $y'y$ sont asymptotes à (C) .	0,5
C2a	 $f'(x) = -\frac{4\ell n\,x}{x^3}$; $f(\alpha) = \frac{1+2\ell n\alpha}{\alpha^2} = \frac{h(\alpha)+\alpha}{\alpha^2} = \frac{1}{\alpha}$.	1,5
C2b		1,5
C3a	f est continue et strictement décroissante sur$[1\ ;+\infty\ [$; donc f admet une fonction réciproque f^{-1}.	0,5
C3b	f^{-1} est définie sur $f([1\ ;+\infty[) =]0\ ;1]$. f est dérivable sur $[1\ ;+\infty[$ et l'équation $f'(x) = 0$ admet une seule solution $x = 1$. Alors f^{-1} est dérivable sur $f(]1\ ;+\infty[) =]0\ ;1[$	1
C3c	$f^{-1}(x) > \alpha$ est équivalente à $f(f^{-1}(x)) < f(\alpha)$. D'où $x < \frac{1}{\alpha}$; soit $x \in]0\ ;\frac{1}{\alpha}[$	0,5
D1	La figure tracée en C2b montre que , pour tout $x \in [4;+\infty[$, $f(x) > 0$. De plus , $f(x) - \frac{1}{x} = \frac{1+2\ell n\,x - x}{x^2} = \frac{h(x)}{x^2}$; pour $x \in [4;+\infty[$, $x > \alpha$ et $h(x) \prec 0$.	1

	Donc pour tout $x \in [4;+\infty[$, $0 \le f(x) \le \frac{1}{x}$.	
D2	Pour tout $n \ge 4$, $0 \le \int_{n}^{n+1} f(x)dx \le \int_{n}^{n+1} \frac{dx}{x}$; alors $0 \le I_n \le \ell n\left(\frac{n+1}{n}\right)$.	1
D3	$\lim\limits_{n\to+\infty} \ell n\left(\frac{n+1}{n}\right) = \ell n(1) = 0$; alors $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n = 0$.	0,5