امتحانات الشهادة الثانوية العامة
فرع العلوم العامة

دورة سنة ٢٠٠٧ الإكمالية الاستثنائية

مسابقة في مادة الفيزياء
المدة: ثلاث ساعات

الاسم:
الرقم:

Cette épreuve est formée de quatre exercices répartis sur quatre pages numérotées de 1 à 4
L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé

Premier exercice (7 pts) Oscillations mécaniques

On dispose d'un disque (D) troué, de masse M = 59 g , pouvant tourner, sans frottement, autour d'un axe (Δ) horizontal perpendiculaire à son plan et passant par O, O étant le centre du disque homogène non troué.
Le centre de gravité G de (D) est à la distance a de O (a = OG) .
Le but de l'exercice est de déterminer la valeur de a et celle du moment d'inertie I du disque (D) par rapport à l'axe (Δ).
Le plan horizontal passant par O est le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur .

Prendre : $\sin\theta = \theta$ et $\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$ pour des angles θ faibles , θ étant en radian ; $g = 10$ m/s^2 ; $\pi^2 = 10$.

I – Pendule pesant

Le disque (D) est au repos dans sa position d'équilibre stable. On l'écarte d'un angle θ_m faible et on le lâche sans vitesse à la date $t_0 = 0$. Le disque, constituant ainsi un pendule pesant, commence à osciller sans frottement de part et d'autre de sa position d'équilibre avec une période propre T_1 (Fig.1).
À un instant t, la position de (D) est repérée par son élongation angulaire θ que fait la verticale OY avec OG , et sa vitesse angulaire est $\theta' = \frac{d\theta}{dt}$.

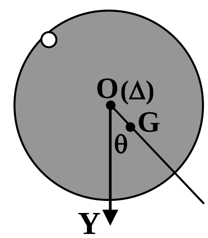


Fig.1

1) Écrire, à l'instant t, l'expression de l'énergie cinétique du pendule en fonction de I et θ' .
2) Montrer que l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur du système (pendule, Terre) est $E_P = -M g a \cos\theta$.
3) Écrire l'expression de l'énergie mécanique du système (pendule, Terre) en fonction de M, g, a, θ , θ' et I.
4) Établir l'équation différentielle du second ordre en θ qui régit le mouvement de (D).
5) Déduire que l'expression de la période propre T_1, pour les faibles oscillations, s'écrit sous la forme :
$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mga}}$$

II- Système oscillant

Le disque (D) est soudé maintenant à deux fils de torsion, OA et OB (OA = OB) identiques et horizontaux (Fig.2).
Les extrémités A et B sont fixes. La constante de torsion de chaque fil est $C = 2,8\times10^{-3}$ m.N.

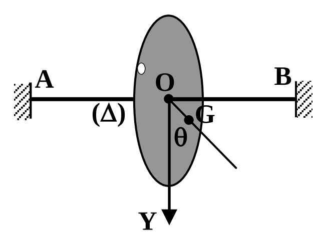


Fig.2

À partir de sa position d'équilibre stable, on tourne (D) d'un angle θ_m faible autour de AB, confondu avec (Δ) ; les deux fils sont tordus, dans le même sens, d'un même angle θ_m. Abandonné sans vitesse à l'instant $t_0 = 0$, (D) commence à osciller autour de l'axe horizontal AB. À un instant t, la position de (D) est repérée par son élongation angulaire θ que fait la verticale OY avec OG, (chaque fil est alors tordu de θ) et sa vitesse angulaire est θ'. Le système oscillant effectue ainsi un mouvement périodique de période propre T_2 .

1) **a)** Écrire, à un instant t, l'expression de l'énergie potentielle de torsion des deux fils en fonction de C et θ.

b) Donner alors l'expression de l'énergie potentielle du système (système oscillant, Terre) en fonction de C, θ, M, g et a.

c) Déduire l'expression de l'énergie mécanique du système (système oscillant , Terre).

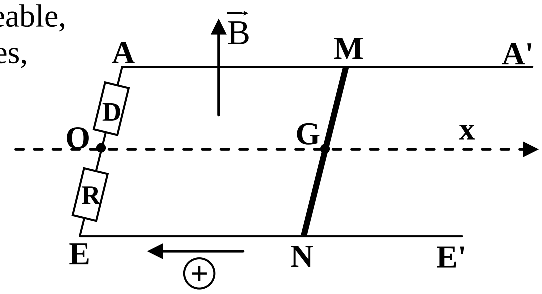
2) Déterminer l'expression de la période propre T_2 en fonction de I, M, g, a et C.

III- Valeurs de a et I

Sachant que les valeurs mesurées des périodes sont T_1= 4,77 s et T_2= 2,45 s et en tenant compte des résultats des parties I et II, déduire les valeurs de a et I.

<u>Deuxième exercice</u> (7pts) Mode de charge d'un condensateur

Une tige métallique MN, de longueur ℓ =1m et de résistance négligeable, peut se déplacer sans frottement sur deux rails horizontaux, parallèles, rectilignes et très longs, AA' et EE', de résistances négligeables. Durant son déplacement, la tige reste perpendiculaire aux rails. Un dipôle (D) et un conducteur ohmique de résistance R = 100 Ω sont reliés aux deux rails par des fils de connexion. L'ensemble déjà cité est placé dans un champ magnétique uniforme vertical ascendant $\vec{B}$ d'intensité B = 0,8 T (figure ci-contre).



À l'instant t_0 = 0, le centre de gravité G de la tige est en O. Un dispositif approprié impose à la tige un mouvement de translation uniforme, de gauche à droite, de vitesse v = 0,5 m/s.

À une date t, G est repéré par son abscisse x = $\overline{OG}$ sur l'axe x'x.

1) Trouver, à la date t, l'expression du flux magnétique qui traverse la surface AMNE en fonction de B, ℓ et x en respectant le sens positif indiqué sur la figure.

2) **a)** Expliquer l'apparition d'une f.é.m. induite e entre les bornes M et N de la tige et montrer que sa valeur est 0,4 V .

b) À la date t, un courant induit d'intensité i passe dans le circuit. Déterminer son sens.

c) Faire le schéma montrant le générateur équivalent entre M et N en précisant sa borne positive.

3) Le dipôle (D) est un condensateur de capacité C = 10^{-2} F. Au cours du déplacement de la tige, (D) subit le phénomène de charge électrique.

a) Établir l'équation différentielle qui régit l'évolution de $u_C = u_{OA}$ en fonction du temps.

b) **b)** **i)** Calculer la valeur de la constante de temps du circuit ainsi constitué.

ii) Au bout de quelle durée la charge du condensateur est-elle pratiquement complète?

c) À la fin de la charge, la tension aux bornes du condensateur est U et sa charge est Q. Calculer U et Q.

d) Déterminer les valeurs de i aux instants: t_0 = 0 et t_1 = 6 s.

e) À la date t_1 = 6 s, la tige est arrêtée. Le circuit est de nouveau parcouru par un courant.

i) À quoi est dû ce courant ?

ii) Préciser la durée de passage de ce courant.

Troisième exercice (7 pts) **Les deux aspects de la lumière**

A – Diffraction

Une source de radiation monochromatique de longueur d'onde dans l'air λ éclaire sous une incidence normale une fente horizontale F de largeur a réglable pratiquée dans un écran opaque (P). Un écran d'observation (E) est placé parallèlement à (P) à une distance D = 5 m (Fig.1).

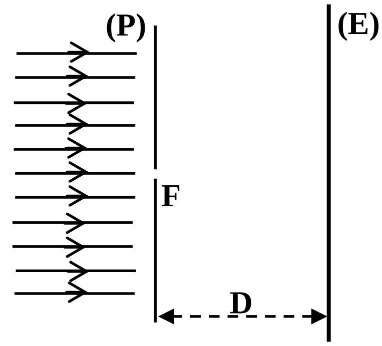


Fig. 1

1) Pour $\lambda = 0{,}5\ \mu m$, représenter par un schéma l'aspect du faisceau de lumière émergent de la fente dans chacun des deux cas suivants :
- largeur de la fente a = 2 cm.
- largeur de la fente a = 0,4 mm.

2) La largeur de la fente est fixée maintenant à 0,4 mm et la radiation utilisée appartient au domaine visible (spectre visible : $0{,}4\ \mu m \le \lambda \le 0{,}8\ \mu m$).

a) Écrire, dans ce cas, l'expression donnant la largeur angulaire de la frange brillante centrale en fonction de λ et a.

b) Montrer que la largeur linéaire de cette frange est donnée par : $L = \frac{2D\lambda}{a}$.

c) Calculer les largeurs linéaires L_{rouge} et L_{violet}, en utilisant successivement une radiation rouge ($\lambda_{rouge} = 0{,}8\ \mu m$) et une radiation violette ($\lambda_{violet} = 0{,}4\ \mu m$).

d) On éclaire la fente avec une lumière blanche. On observe sur toute la largeur L_{violet} une lumière blanche. Justifier.

B - Effet photoélectrique

Une source de longueur d'onde dans l'air $\lambda = 0{,}5\ \mu m$ éclaire séparément deux plaques métalliques, l'une en césium et l'autre en zinc.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs en eV du travail de sortie W_s (énergie d'extraction) pour quelques métaux.

Métal	Césium	Rubidium	Potassium	Sodium	Zinc
W_s (eV)	1,89	2,13	2,15	2,27	4,31

On donne : $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J.s ; 1 eV = $1{,}6\times 10^{-19}$J ; $c = 3 \times 10^{8}$ m/s.

1) Calculer, en J et en eV, l'énergie d'un photon incident.

2) Pour quel métal l'effet photoélectrique se manifeste t-il ? Justifier.

3) Calculer en eV l'énergie cinétique maximale d'un électron émis.

4) La plaque de césium reçoit un faisceau lumineux monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0{,}5\ \mu m$, de puissance $P = 3978\times10^{-4}$ W. Le nombre des électrons émis en une seconde est alors $n = 10^{16}$.

a) Calculer le nombre de photons N reçus par la plaque pendant une seconde.

b) Le rendement quantique r de la plaque est le rapport du nombre des électrons émis par seconde au nombre des photons reçus pendant le même temps.
Calculer r.

C - Dualité onde –corpuscule

La théorie ondulatoire de la lumière sert à interpréter le phénomène de diffraction. Cette théorie se montre incapable d'interpréter l'effet photoélectrique. Pourquoi ?

<u>Quatrième exercice</u> (6 ½ pts) Rôle d'une bobine dans un circuit

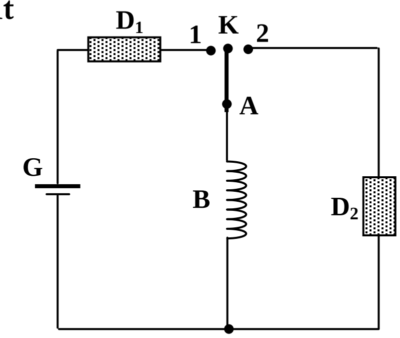


Fig. 1

On réalise le circuit schématisé par la figure 1 où :
G est un générateur de tension continue de f.é.m E = 9 V et de résistance interne négligeable ;
(D_1) est un conducteur ohmique de résistance $R_1 = 90\ \Omega$;
(D_2) est un conducteur ohmique de résistance R_2 ;
(B) est une bobine d'inductance L = 1 H et de résistance négligeable ;
(K) est un commutateur.

I - Établissement du courant dans le dipôle (R_1, L)

On place l'interrupteur en position 1 à une date choisie comme origine des temps ($t_0 = 0$).
À une date t, le circuit est parcouru par un courant d'intensité i_1 .

1) Établir l'équation différentielle en i_1.

2) Vérifier que $i_1 = \dfrac{E}{R_1}(1 - e^{\frac{-R_1}{L}t})$ est solution de l'équation différentielle précédente.

3) **a)** Trouver, en régime permanent, l'expression de l'intensité I_0 du courant en fonction de E et de R_1.
c) Calculer I_0.

II - Annulation du courant dans le dipôle (R_2, L) et allumage d'une lampe

A - Annulation du courant dans le dipôle (R_2, L)

À une date choisie comme une nouvelle origine des temps ($t_0 = 0$), on bascule l'interrupteur K en position 2.
À une date t, le circuit est alors parcouru par un courant d'intensité i_2 .

1) Déterminer le sens de ce courant.

2) Établir l'équation différentielle en i_2 .

3) La solution de cette équation différentielle est de la forme $i_2 = \alpha\ e^{-\beta t}$.
Montrer que $\alpha = I_0$ et $\beta = \dfrac{R_2}{L}$.

B - Durée d'allumage d'une lampe

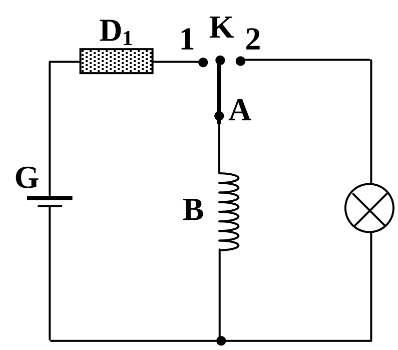


Fig. 2

Le conducteur ohmique D_2 est une lampe de résistance $R_2 = 400\ \Omega$ (fig. 2).
Cette lampe s'allume lorsqu'elle est parcourue par un courant d'intensité au moins égale 20 mA.

1) Montrer que la lampe s'allume juste à l'instant de fermeture du circuit.

2) Déterminer la durée d'allumage de la lampe.

Premier exercice : (7 pts)

I-

1) $E_C = ½ I(\theta')^2$. **(¼ pt)**

2) $E_P = - Mgh$; $h = a\cos\theta$ (figure) $\Rightarrow E_P = - Mga\cos\theta$. **(¾ pt)**

3) $E_m = E_C + E_P = ½ I(\theta')^2 - Mga\cos\theta$. **(¼ pt)**

4) Les frottements étant négligeables, $\Rightarrow \dfrac{dE_m}{dt} = 0 = I\theta''\theta' + Mga\theta'\sin\theta$.

Pour les angles faibles, on a $\sin\theta = \theta$ (rad) $\Rightarrow I\theta''\theta' + Mga\theta'\,\theta = 0$

$\Rightarrow I\theta'' + Mga\theta = 0 \Rightarrow \theta'' + \dfrac{Mga}{I}\theta = 0$. **(¾ pt)**

5) Le mouvement est sinusoïdal de rotation de pulsation $\omega_1 = \sqrt{\dfrac{Mga}{I}}$;

La période du mouvement est $T_1 = \dfrac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{Mga}}$. **(½pt)**

II-

1) **a)** $Ept = ½ C\theta^2 + ½ C\theta^2 = C\theta^2$ **(½pt)**

b) $E_P = E_{PP} + E_{pt} = - Mga\cos\theta + C\theta^2$. **(½pt)**

c) $E_m = ½ I(\theta')^2 - Mga\cos\theta + C\theta^2$. **(½pt)**

2) $\dfrac{dE_m}{dt} = 0 = I\theta''\theta' + Mga\theta'\sin\theta + 2C\theta\theta' \Rightarrow$

$I\theta'' + Mga\theta + 2C\theta = 0 \Rightarrow \theta'' + [\dfrac{Mga + 2C}{I}]\theta = 0$. **(1 pt)**

$T_2 = \dfrac{2\pi}{\omega_2} = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{Mga + 2C}}$. **(½ pt)**

III- $a = 3{,}4$ mm ; $I = 1{,}14\times10^{-3}$ kgm^2. **(1½ pt)**

Deuxième exercice : (7pts)

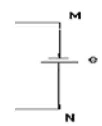
1) $\Phi = B\,S\cos180 = - BS = - B\ell x$ **(½ pt)**

2) **a)** Φ varie car S varie $\Rightarrow e = -\dfrac{d\varphi}{dt}$ existe. **(½ pt)**

$e = B\ell\dfrac{dx}{dt} = B\ell v = 0{,}8\times1\times0{,}5 = 0{,}4$ V. **(¾ pt)**

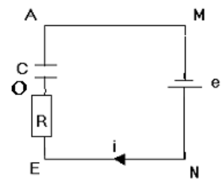
b) Le courant induit s'oppose, par ses effets électromagnétiques, à la cause qui lui a donné naissance. La force de Laplace doit être donc de sens opposé au sens du déplacement de la tige ; le courant induit circule donc dans la tige du point M vers le point N. **(½ pt)**

c) (½ pt)



3) **a)** $e = Ri + u_C = RC\dfrac{du_C}{dt} + u_C$

(½ pt)



b) i) $\tau = RC = 100 \times 10^{-2} = 1$ s. **(½ pt)**

ii) La charge sera pratiquement totale au bout de $5\tau = 5$ s. **(½ pt)**

c) $U = e = 0{,}4$ V. $Q = CU = 10^{-2}\times 0{,}4 = 0{,}004$ C. **(1 pt)**

d) $e = Ri + u_C$. Pour $t_0 = 0$, $u_C = 0 \Rightarrow e = RI_0 \Rightarrow I_0 = \dfrac{0,4}{100} = 4$ mA

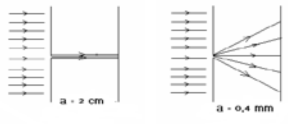
Pour t = 6 s, la charge du cond. est complète $\Rightarrow u_C = e \Rightarrow i = 0$. **(1 pt)**

e) **i)** À la décharge du condensateur dans le conducteur ohmique **(¼ pt)**

ii) La durée de passage du courant de décharge est $5\tau = 5RC = 5$ s **(½ pt)**

Troisième exercice : **(7 pts)**

A- 1) (½ pt)



2) a) $\alpha = \frac{2\lambda}{a}$. **(½ pt)**

b) $\alpha = \frac{2\lambda}{a} = \frac{L}{D}$ (Figure) $\Rightarrow L = \frac{2D\lambda}{a}$. **(¾ pt)**

c) $L_{rouge} = \frac{2D\lambda_{rouge}}{a} = 2$ cm ; $\lambda_{rouge} = 2\ \lambda_{violet}$

$\Rightarrow L_{rouge} = 2\ L_{violet} \Rightarrow L_{violet} = 1$ cm **(½ pt)**

d) La largeur L d'une tâche centrale est : $1\text{cm} \le L \le 2$ cm.
Toutes les taches brillantes centrales se superposent sur la longueur 1 cm : on obtient de la lumière blanche. **(¾ pt)**

B- 1) $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{0,5\times10^{-6}} = 39,78\times10^{-20}$ J

$E = \frac{39,78\times10^{-20}}{1,6\times10^{-19}}$ eV = 2,49 eV. **(1¼ pt)**

2) il y a effet photoélectrique pour le césium car : 2,49 > 1,89
2,49 < 4,31 $\Rightarrow$ il n'y a pas effet photoélectrique pour le zinc. **(½ pt)**

3) $E = W_S + E_{Cmax} \Rightarrow E_{Cmax} = 2,49 - 1,89 = 0,6$ eV. **(¾ pt)**

4) **a)** $P = NE \Rightarrow N = \frac{3978\times10^{-4}}{39,78\times10^{-20}} = 10^{18}$ photons reçus /s. **(½ pt)**

b) rendement quantique = $\frac{n}{N} = \frac{10^{16}}{10^{18}} = 0,01 = 1\%$.**(½ pt)**

C - D'après la théorie ondulatoire, l'onde apporte progressivement et continuellement de l'énergie à la matière éclairée ; ceci implique que quelle que soit la fréquence de la radiation incidente, un éclairage continu de la matière , pendant une durée suffisante, doit donner lieu à l'émission photoélectrique. Ce qui n'est pas le cas. **(½ pt)**

Quatrième exercice : **(6 ½ pts)**

I- 1) $E = R_1 i_1 + L\frac{di_1}{dt}$ **(½ pt)**

2) $\frac{di_1}{dt} = \frac{E}{L}e^{-\frac{R_1}{L}t} \Rightarrow R_1\left[\frac{E}{R_1}(1 - e^{-\frac{R_1}{L}t})\right] + L(\frac{E}{L}e^{-\frac{R_1}{L}t}) = E$ **[vérifié] (½ pt)**

3) a) En régime permanent, i_1= cte $\Rightarrow \frac{di_1}{dt} = 0$; l'équation différentielle s'écrit dans ce cas : $E = R_1 I_0 + 0 \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R_1}$. **(¾ pt)**

b) $I_0 = \frac{9}{90} = 0,1$ A. **(¼ pt)**

II-

A-1) Pendant l'annulation du courant, la bobine, d'après la loi de Lenz, prolonge la circulation du courant dans le circuit ; le courant conserve donc le sens de A à D dans la bobine. **(¾ pt)**

2) $u_{(bobine)} = u_{(D2)} \Rightarrow u_{AD} = u_{AD} \Rightarrow L\frac{di_2}{dt} = -R_2 i_2 \Rightarrow L\frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 = 0$ **(½ pt)**

3) $\frac{di_2}{dt} = -\alpha\beta e^{-\beta t} \Rightarrow -L\alpha\beta e^{-\beta t} + R_2\alpha e^{-\beta t} = 0 \Rightarrow \alpha e^{-\beta t}(R_2 - L\beta) = 0$.

$R_2 - L\beta = 0 \Rightarrow \beta = \frac{R_2}{L}$. **(¾ pt)**

Pour t = 0 , $i_2 = I_0 = \alpha = \frac{E}{R_1}$.**(½ pt)**

B – 1) Juste à la fermeture du circuit, la lampe est traversée par un courant d'intensité I_0 = 0,1 A > 0,02 A,. donc la lampe s'allume. **(½ pt)**

2) $\alpha = 0,1$ A et $\beta = \frac{400}{1} = 400\ s^{-1} \Rightarrow i_2 = 0,1\ e^{-400t}$ **(½ pt)**

$0,02 = 0,1\ e^{-400t} \Rightarrow \frac{0,02}{0,1} = e^{-400t} \Rightarrow -400\ t = \ln 0,2 \Rightarrow t = 4$ ms **(1pt)**