وزارة التربية والتعليم العالي
المديرية العامة للتربية
دائرة الامتحانات

امتحانات الشهادة الثانوية العامة
الفرع : إجتماع و إقتصاد

الدورة الاكمالية الإستثنائية للعام ٢٠٠٧

عددالمسائل : اربع

مسابقة في مادة الرياضيات
المدة ساعتان

الاسم:
الرقم:

ملاحظة : يسمح بإستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I – (4 points)

Le tableau suivant donne le pourcentage des récoltes endommagées dans un certain village durant les années paires 1982, 1984…1994

Année	1982	1984	1986	1988	1990	1992	1994
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
Pourcentage y_i	3,5	3,8	4,6	6,5	6,9	7,8	9

1- Calculer les moyennes $\overline{X}$ et $\overline{Y}$ des variables x et y.

2- Représenter graphiquement le nuage des points $(x_i ; y_i)$ ainsi que le point moyen G($\overline{X}$; $\overline{Y}$) dans un repère orthogonal.

3- Calculer le coefficient de corrélation r et donner une interprétation à la valeur ainsi trouvée.

4- Déterminer une équation de la droite de régression $D_{y/x}$, de y en x, et tracer cette droite dans le repère précédent.

5- On suppose que le modèle précédent reste vrai jusqu'à l'an 2010.
Estimer le pourcentage des récoltes endommagées en l'an 2002.

6- En réalité le pourcentage des récoltes endommagées en l'an 2002 est 13.
Calculer, en pourcentage, l'erreur dans l'estimation précédente.

II – (4 points)

Le propriétaire d'un centre sportif constate que, chaque année, le centre garde 75% de ses membres et qu'il y a 800 nouveaux membres.
En 2005, ce centre comptait 1600 membres.
On note u_n le nombre des membres en l'année (2005 + n).

1- Vérifier que $u_1 = 2000$ et calculer u_2.

2- Montrer que $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 800$, pour tout entier naturel n.

3-On considère la suite (v_n) définie par : $v_n = 3200 - u_n$, pour tout entier naturel n.

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.

b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

4-En supposant que l'évolution du nombre des membres se poursuit de la même façon, le nombre des membres peut-il doubler ?

III – (4 points)

Une urne contient quatre boules blanches portant chacune le numéro 5 et trois boules noires portant chacune le numéro 2. Un jeu consiste à tirer au hasard une boule de l'urne. Si elle est blanche le jeu s'arrête ;si elle est noire on tire de l'urne une deuxième boule sans avoir remis la première dans l'urne ; on continue ainsi jusqu'à l'apparition d'une boule blanche et le jeu s'arrête.

1- Calculer la probabilité que le jeu s'arrête au deuxième tirage.

Soit X la variable aléatoire qui est égale à la somme des nombres portés par les boules tirées.

2- Justifier que les valeurs de X sont 5 , 7 , 9 et 11

3- Démontrer que $P(X = 9) = \frac{4}{35}$.

4- Déterminer la loi de probabilité de X.

5- Calculer l'espérance mathématique E(X).

IV – (8 points)

Soit f la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = 6(x-2)e^{-0,5x} - 1$.

(C) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

A) 1- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et déduire une asymptote à (C).

2- Vérifier que $f'(x) = 6e^{-0,5x}(2-0,5x)$ et dresser le tableau de variations de f.

3- Tracer (C).

4- Démontrer que l'équation f(x) = 0 admet deux solutions α et β telles que :
$2,6 < \alpha < 2,7$ et $6,6 < \beta < 6,7$.

B) Dans ce qui suit on prend $\alpha = 2,65$

Une entreprise fabrique un produit chimique.

La fonction du coût total de production est donnée par $g(x) = \dfrac{5}{1+12e^{-0,5x}}$, où x est exprimée en tonnes et g(x) est exprimé en millions de LL ($0,5 \le x \le 6$).

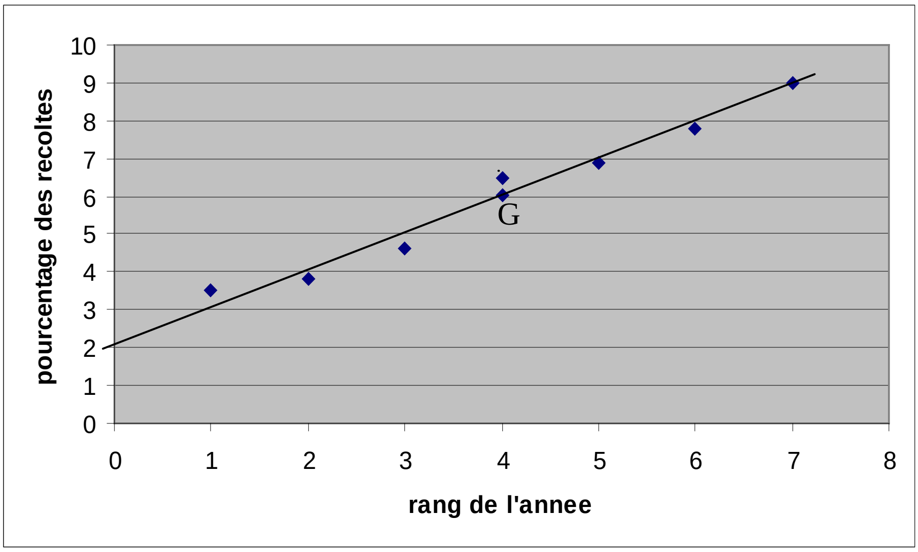
1- Préciser les coûts fixes.

2- Déterminer la fonction du coût moyen et celle du coût marginal.

3- On admet que le coût moyen est minimum lorsqu'il est égal au coût marginal.
Déterminer le niveau de production pour lequel le coût moyen est minimum et préciser ce minimum.

معيار التصحيح مسابقة في الرياضيات

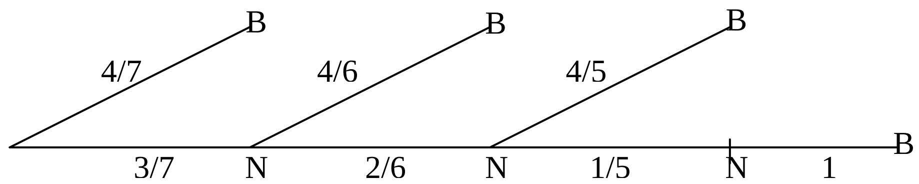
I - (7 points)

Partie de la Q.	Corrigé	Note
1	$\overline{X} = 4$ et $\overline{Y} = 6{,}014$ (d'après la calculatrice).	0,5
2		1
3	r = 0,98 il y a une forte corrélation positive entre x et y.	1
4	a = 0,957 et b = 2,185 (d'après la calculatrice) $D_{y/x}$: y = 0,957 x + 2,185	1,.5
5	En 2002, x = 11 donc y = 0,957 (11) + 2,185 = 12,712 Par suite il y' a 12,712% de récoltes endommagées.	2
6	Pourcentage de l'erreur dans l'estimation: $\frac{13-12,712}{13} = 0,022$ soit $2,2\%$	1

II - (7 points)

Partie de la Q.	Corrigé	Note
1	$u_1 = 1600 \times \frac{75}{100} + 800 = 2000$ car $u_0 = 1600$. $u_2 = 2000 \times \frac{75}{100} + 800 = 2300$.	1,5
2	$u_{n+1} = u_n \times \frac{75}{100} + 800 = \frac{3}{4} u_n + 800$	0,5
3-a	$v_{n+1} = 3200 - u_{n+1} = 3200 - \left(\frac{3}{4}u_n + 800\right) = 2400 - \frac{3}{4}u_n = \frac{3}{4}(3200 - u_n) = \frac{3}{4}v_n$. D'où, la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{3}{4}$ et de premier terme $v_0 = 3200 - 1600 = 1600$.	2
3-b	$v_n = 1600 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$ et $u_n = 3200 - 1600 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$	1
4	Si $u_n = 2 \times 1600 = 3200 - 1600 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$, alors, $0 = -1600 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$ ce qui est impossible car $\left(\frac{3}{4}\right)^n > 0$ pour tout entier naturel *n*.	2

III - (7 points)

<table>
<tr><th>Partie de la Q.</th><th>Corrigé</th><th>Note</th></tr>
<tr><td>1</td><td>

On s'arrête au deuxième tirage dans le cas du tirage d'une boule noire puis d'une boule blanche d'où $p = \frac{3}{7} \times \frac{4}{6} = \frac{2}{7}$.</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Si on s'arrête au 1^{er} tirage X=5 ; si on le fait au second X=2+5=7 ;au 3^{ème} X=2+2+5=9 et enfin au 4^{ème} X=2+2+2+5=11.</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>3</td><td>P(X=9)=P(NNB)=$\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{35}$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline X = x_i & 5 & 7 & 9 & 11 \\ \hline p_i & \frac{4}{7} & \frac{2}{7} & \frac{4}{35} & \frac{1}{35} \\ \hline \end{array}$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>5</td><td>E(X)=$\frac{100+70+36+11}{35} = 6{,}2$.</td><td>1</td></tr>
</table>

IV - (14 points)

Partie de la Q.	Corrigé	Note
A1	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} 6xe^{-0,5x} - \lim\limits_{x\to+\infty} 12e^{-0,5x} - 1 = 0 - 0 - 1 = -1$ d'où (C) admet la droite d'équation y = -1 comme asymptote.	1,5
A2	$f'(x) = 6[e^{-0,5x} - 0,5(x-2)e^{-0,5x}] = 6e^{-0,5x}(1 - 0,5x + 1) = 6e^{-0,5x}(2 - 0,5x)$. $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 4 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & & & 12e^{-2}-1 & & \\ & -13 & \nearrow & & \searrow & -1 \end{array}$	2,5
A3	Courbe	2
A4	La courbe coupe l'axe des abscisses en deux points donc l'équation $f(x)=0$ admet deux solutions α et β. $f(2,6) = -0,018 < 0$ et $f(2,7) = 0,088 > 0$ donc $2,6 < \alpha < 2,7$. $f(6,6) = 0,0179 > 0$ et $f(6,7) = -0,01 < 0$ donc $6,6 < \beta < 6,7$.	2,5
B1	$f(0) = \dfrac{5}{13} = 0,385$ .Les coûts fixes s'élèvent à 385000LL.	1
B2	Le coût moyen est $C_M(x) = \dfrac{5}{x(1+12e^{-0,5x})}$. Le coût marginal est $C_m(x) = g'(x) = \dfrac{30e^{-0,5x}}{(1+12e^{-0,5x})^2}$.	2
B3	$C_M(x) = C_m(x)$ donne $\begin{cases} \dfrac{5}{x(1+12e^{-0,5x})} = \dfrac{6e^{-0,5x}}{(1+12e^{-0,5x})^2} \times 5 \\ (1+12e^{-0,5x}) = 6xe^{-0,5x} \qquad (0,5 \le x \le 6) \\ 6(x-2)e^{-0,5x} - 1 = 0 \end{cases}$ Le minimum du coût moyen est obtenu pour α tonnes soit 2,65 tonnes. Ce minimum est égal à 0,450 million LL.	2,5

-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9
-10
-11
-12
-13