وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات	امتحانات الشهادة الثانوية العامة فرع الاجتماع والاقتصاد	دورة سنة ٢٠٠٦ العادية
عدد المسائل : اربع	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	الاسم: الرقم:

ملاحظة : يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات
يستطيع المرشح الاجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I – (4points)

L'évolution du nombre d'abonnés, en **centaines**, d'une chaîne de télévision durant les 6 dernières années est donnée par le tableau suivant :

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre d'abonnés (en **centaines**) y_i	5	8	12	15	20	24

1) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points associé à la série statistique $(x_i ; y_i)$.
2) Calculer les coordonnées du point moyen G et placer ce point dans le repère précédent.
3) Déterminer une équation de la droite de régression Dy/x de y en x et tracer cette droite dans le même repère.
4) On suppose que ce modèle reste valable jusqu'en 2015.
 a- Estimer le nombre d'abonnés de cette chaîne en 2007.
 b-En quelle année le nombre d'abonnés de cette chaîne dépassera-t-il 4000 pour la première fois ?

II– (4points)

Dans une bijouterie, une caisse contient **30** boîtes identiques contenant chacune un bijou en **or** ou en **platine**. Ces bijoux (**colliers** , **montres** ou **bracelets)** sont répartis selon le tableau suivant :

	Collier	**Montre**	**Bracelet**
Platine	5	2	6
Or	3	6	8

A- On choisit au hasard une boîte de cette caisse.
1) Quelle est la probabilité d'obtenir un collier?
2) Quelle est la probabilité d'obtenir un collier en or?
3) Sachant que le bijou obtenu est en or, Quelle est la probabilité qu'il soit un collier ?

B-Un client désire acheter 3 cadeaux. On suppose qu'il choisit simultanément et au hasard, 3 boîtes de cette caisse.
1) Démontrer que la probabilité que ce client obtienne **deux** bijoux en or et **un** bijou en platine est $\frac{442}{1015}$.
2) Le prix d'achat d'un bijou en platine est 2 millions LL et celui d'un bijou en or est 1,2 million LL.
 Soit X la variable aléatoire égale à la somme payée par le client pour l'achat de 3 bijoux choisis au hasard .
 a- Déterminer les quatre valeurs possibles de X.
 b- Déterminer la loi de probabilité correspondante à cette variable aléatoire.
 c- Trouver l'espérance mathématique et donner une signification à cette valeur.

III– (4points)

Rami a placé dans une banque **B_1,** le 1er octobre 2005,une somme de 50 000 000 L L à un taux d'intérêt annuel de 8 % capitalisé annuellement .

1) Quelle somme aura-t-il dans son compte le 1er octobre 2006?

2) On pose U_0 = 50 000 000 et on désigne par U_n la somme qu'il aura dans son compte le 1er octobre de l'année (2005 + n).

   a- Etablir une relation entre U_{n+1} et U_n et déduire que la suite (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

   b- Exprimer U_n en fonction de n.

   c- Calculer U_8.

3) Une banque **B_2** lance la publicité suivante : " **placement spécial**: doublez votre capital en 8 ans".

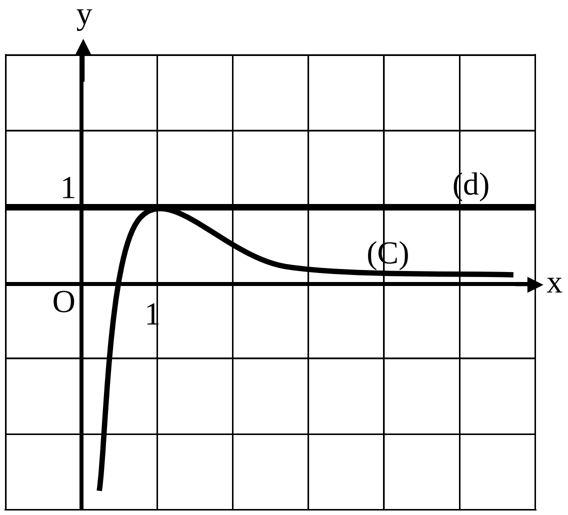
   a- Le **placement spécial** est-il plus rentable pour Rami que le placement dans la banque **B_1** pour une période de 8 ans? Justifier la réponse.

   b- Déterminer le taux d'intérêt annuel de ce **placement spécial** sachant qu'il s'agit aussi d'un placement à intérêts composés avec capitalisation annuelle.

IV- **(8points)**

On donne dans le repère orthonormé ci –contre, la courbe représentative (C), d'une fonction f définie sur] 0 ; + ∞ [.

Indication :
la droite(d) d'équation y = 1 est tangente à la courbe (C) au point (1;1).



A-

1) Déterminer f(1) et f '(1) et dresser le tableau de variations de f.

2) La fonction f est donnée par $f(x) = \dfrac{a + b(\ln x)}{x}$, démontrer que a = b = 1.

3) Déterminer l'abscisse du point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses et résoudre l'inéquation f(x) > 0.

4) Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et la droite d'équation x =1.

5) F est une primitive de f sur] 0 ; + ∞ [, déterminer, suivant les valeurs de x, le sens de variations de F.

B-

Dans une entreprise on a modélisé par la fonction f sur l'intervalle [0,1 ; 5], le profit réalisé en vendant x centaines d'objets fabriqués . Ce profit est exprimé en millions LL.

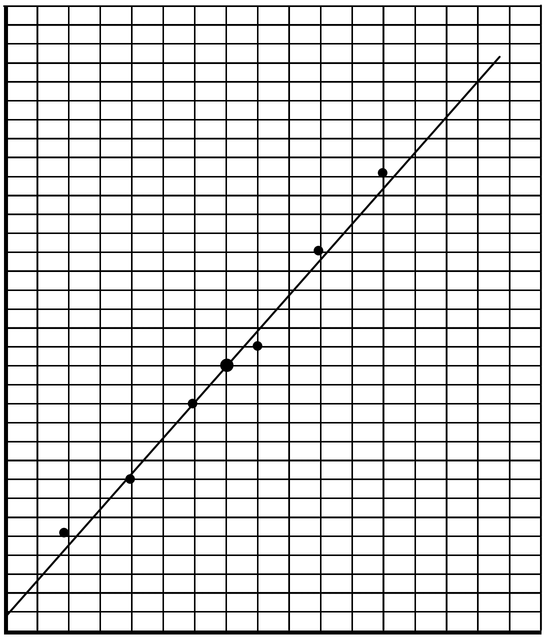
1) a- L'entreprise réalise-t-elle un profit positif pour la vente de 30 objets ? Justifier.

   b- Quel nombre minimal d'objets l'entreprise doit-elle vendre pour que le profit soit positif ?

2) a- Combien d'objets faut-il vendre pour réaliser le profit maximal ?

   b- Quel est le montant de ce profit maximal ?

MATHEMATIQUES ES PREMIERE SESSION 2006

Q	ELEMENTS DES REPONSES				N
☎I					
1		N	2	$\overline{x} = 3{,}5$, $\overline{y} = 14$ G(3,5 ; 14)	1 ½
		1	3	y = 3,828x + 0,6	1 ½
			4.a	Pour l'année 2007 , x = 8 y = 3,828×8 + 0,6 = 31,224 soit 3122 abonnés.	1 ½
			4.b	3,828x + 0,6 > 40 3,828x > 39, 4 x > 10, 29 soit x = 11 en l'année 2010 le nombre d'abonnés dépassera 4000 pour la 1ère fois.	1 ½

Q	ELEMENTS DES REPONSES	N
☎II		
A.1	P(C) = 8/30 = 4/15	½
A.2	$P(C \cap O)$ = 3/30 = 1/10	½
A3	P(C/O) = 3/17.	1
B1	P(2O et1P) = $\dfrac{C_{17}^{2} \times C_{13}^{1}}{C_{30}^{3}} = \dfrac{136 \times 13}{4060} = \dfrac{442}{1015}$	1
B.2.a	Les 4 valeurs possibles sont : 3,6 pour 3 bijoux en or ; 4,4 pour 2 bijoux en or et un en platine 5,2 pour un bijou en or et 2 en platine ; 6 pour 3 bijoux en platine	½
B.2.b	voir tableau ci-dessous	2
B.2.c	$E(X) = \dfrac{1}{4060}[3{,}6 \times 680 + 4{,}4 \times 1768 + 5{,}2 \times 1326 + 286 \times 6] = 4{,}64$ La moyenne du prix d'achat des 3 bijoux est 4 640 000 LL	1 ½

B.2.b :

x_i	3,6	4,4	5,2	6
P_i	$\dfrac{C_{17}^{3}}{C_{30}^{3}} = \dfrac{680}{4060}$	$\dfrac{1768}{4060}$	$\dfrac{C_{17}^{1} \times C_{13}^{2}}{C_{30}^{3}} = \dfrac{1326}{4060}$	$\dfrac{C_{13}^{3}}{C_{30}^{3}} = \dfrac{286}{4060}$

☏III		
1	Rami aura dans son compte le 1er octobre 2006 : 50 000 000(1 + 0,08) = 54 000 000 LL	1
2.a	$U_{n+1} = U_n(1+0{,}08) = 1{,}08U_n$ (U_n) est une suite géométrique de raison 1,08.	1 ½
2.b	$U_n = U_0(1{,}08)^n = 50\ 000\ 000(1{,}08)^n$	1
2.c	$U_8 = 50\ 000\ 000(1{,}08)^8 \approx 92\ 546\ 510$LL.	½
3.a	Le placement spécial est plus rentable pour Rami car : 92 546 510 < 50 000 000 × 2.	1
3.b	$2C = C(1+i)^8$; $2 = (1+i)^8$; 8 ln(1 +i) = ln2 ; ln(1 + i) =(ln2)/ 8 ; 1 + i = $e^{(\ln 2)/8}$ i = $e^{(\ln 2)/8}$ – 1 = 0,09 ; donc le taux d'intérêt est 9 %.	2
☏IV		
A1	f(1) = 1 et f'(1) = 0 $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & 1 & \searrow & 0 \end{array}$	2
A.2	f(1) = 1 donne a = 1 f'(x) = $\dfrac{b-a-b\ln x}{x^2}$; f'(1) = 0 ; b –a = 0 donc b = a ; b = 1.	1 ½
A.3	(C) coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse x ; f(x) = 0 donc 1 + lnx = 0 ; x = 1/e. f(x) > 0 pour x > 1/e.	2
A.4	A = $\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{1} \frac{1+\ln x}{x}dx$ (u^2) . On pose u(x) = 1 + lnx ; u'(x) = 1/x donc $\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{1} \frac{1+\ln x}{x}dx = \int_{\frac{1}{e}}^{1} u(x).u'(x)dx = \frac{1}{2}\left[u^2(x)\right]_{1/e}^{1} = \frac{1}{2}\left[(1+\ln x)^2\right]_{1/e}^{1} = \frac{1}{2}(1-0) = \frac{1}{2}$ A = $\dfrac{1}{2}$ u^2	2
A.5	F'(x) = f(x) $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 1/e & & +\infty \\ \hline F'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline F(x) & & \searrow & & \nearrow & \end{array}$	1 ½
B.1.a	Pour la vente de 30 objets x = 0,3 ; d'après le graphique 0,3 < 1/e et f(x) < 0, donc le profit n'est pas positif. ▶**OU** : f(0,3) = – 0,679.	1 ½
B.1.b	Le seuil de rentabilité (profit nul) est 1/e = 0,367 et f(x) >0 pour x > 1/e , donc 37 objets est le nombre minimal d'objets que l'entreprise doit vendre pour réaliser un profit positif.	1 ½
B.2.a	f passe par un maximum pour x = 1 .Il faut vendre 100 objets pour réaliser un profit maximal.	1
B.2.b	Le profit maximal est 1 000 000 LL car f(1) =1.	1