المادة: الرياضيات الشهادة: الثانوية العامة الفرع: العلوم الحياة نموذج رقم -٢- المدّة : ساعتان	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم : الرياضيات	المركز التربوي للبحوث والإنماء

نموذج مسابقة (يراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطوّرة)

ملاحظة: يُسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة).

I- (4 points)

Les affirmations suivantes sont vraies. Justifier.

1) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct$(O;\vec{u},\vec{v})$.
on considère trois points A, B et C distincts d'affixes respectives a, b et c tels que $\frac{c-a}{b-a}=2i$,
A appartient au cercle de diamètre [BC].

2) Si $\frac{\pi}{2}$ est un argument de z, alors $|i+z|=1+|z|$.

3) Si $z=3\sqrt{3}+3i$ alors z^3 est imaginaire pur.

4) Si z = $e^{i\theta}$, alors $z^2+\frac{1}{z^2}$ est réel.

5) $|i\overline{Z}+1|=|Z+i|$.

II- (4 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé$(\mathbf{O};\ \vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}})$, on donne le point A(2 ; 1 ; 5) et les droites

(d) et (d') définies par : (d) $\begin{cases} x=2m+4 \\ y=2m+1 \\ z=-3m-5 \end{cases}$ et (d′) $\begin{cases} x=t+2 \\ y=2t-1 \\ z=-2t+6 \end{cases}$, m et t réels.

(P) est le plan déterminé par A et (d').

1) **a)** Montrer que A n'appartient pas à (d) ni à (d').
b) Montrer que les droites (d) et (d′) ne sont pas coplanaires.

2) **a)** Montrer que 2x + y + 2z – 15 = 0 est une équation cartésienne du plan (P).
b) Montrer que (d) est parallèle à (P).

3) Soit (Δ) la droite passant par A et parallèle à (d).
a) Ecrire un système d'équations paramétriques de la droite (Δ).
b) Trouver les coordonnées du point B, intersection de (Δ) et (d').

4) Soit E le projeté orthogonal de A sur (d').
a) Calculer les coordonnées de E.
b) Calculer l'aire du triangle AEB.

5) Soit M un point de (d). Calculer le volume du tétraèdre MABE

III- (4 points)

U_1 et U_2 sont deux urnes telles que:

U_1 contient 10 boules: 6 rouges et 4 jaunes.

U_2 contient 10 boules : 5 rouges, 4 noires et 1 verte.

Une pièce de monnaie C est truquée de façon que la probabilité d'avoir face est trois fois plus que celle d'avoir pile.

On jette C :

- Si on obtient pile, on tire au hasard deux boules de l'urne U_1.
- Si on obtient face, on tire au hasard deux boules de l'urne U_2, **l'une après l'autre avec remise.**

Considérons les évènements suivants:

U_1: "l'urne choisie est U_1."

U_2: "l'urne choisie est U_2."

R: "les boules tirées sont rouges."

1) Montrer que $P(U_2) = \dfrac{3}{4}$ et $P(U_1) = \dfrac{1}{4}$.

2) Calculer $P(R / U_1)$, $P(R \cap U_1)$, et $P(R \cap U_2)$. En déduire que : $P(R) = \dfrac{13}{48}$.

3) Les deux boules tirées sont rouges. Calculer la probabilité que ces boules proviennent de U_1.

4) Soit X la variable aléatoire qui désigne le nombre de boules rouges tirées. Déterminer la loi de probabilité de X.

IV- (8 points)

<u>Partie A</u>

Soit g la fonction définie sur $]1,+\infty[$ par $g(x)= x(\ln x)^2 - e$.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to 1} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) **a -**Dresser le tableau de variation de g .

b- Montrer que si x>e, alors g(x) >0.

<u>Partie B</u>

Soit f une fonction définie sur $]1,+\infty[$ par $f(x) = e\left(\dfrac{\ln x - 1}{\ln x}\right) - x$, (C). Sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ et (d) la droite d'équation y = e – x.

1) **a-** Calculer $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$; en déduire une asymptote de (C).

b- Montrer que (d) est une asymptote de (C).

c- Montrer que (C) est au-dessous de (d).

2) **a-** Montrer que $f'(x) = \dfrac{-g(x)}{x\ln^2 x}$

b- Dresser le tableau de variations de f.

c- Tracer la courbe (C).

3) **a-** Pour 1< x $\leq$ e, montrer que f admet une fonction réciproque dont on déterminera le domaine de définition.

b- Tracer la courbe (C') de h dans le même repère que celui de (C).

4) (Δ) est la droite d'équation y = $-$x$-$e.

a- Déterminer les coordonnées du point A intersection de (C') et (Δ).

b- Ecrire l'équation de la tangente (T), en A à la courbe (C').

c- Résoudre graphiquement l'inéquation h (x) + e > -x.

المركز التربوي للبحوث والإنماء	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم : الرياضيات	المادة: الرياضيات الشهادة: الثانوية العامة الفرع: العلوم الحياة نموذج رقم -٢- المدّة : ساعتان

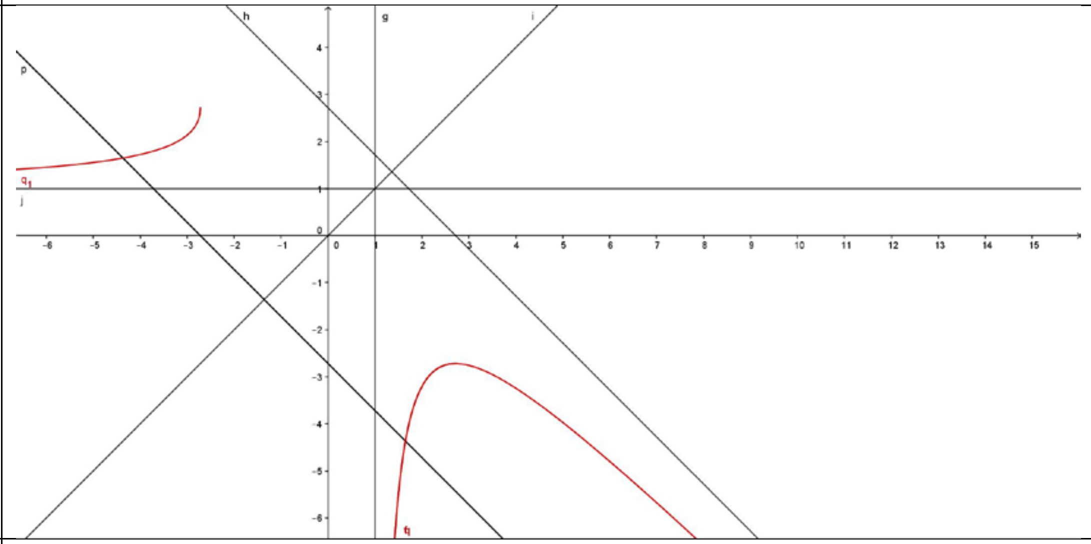
أسس التصحيح (تراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطوّرة)

	Question I	Notes
1)	A appartient au cercle de diamètre [BC] car $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\pi}{2}$.	0.75
2)	$\lvert i+z\rvert=\left\lvert i+re^{i\frac{\pi}{2}}\right\rvert=\lvert i+ri\rvert=1+r=1+\lvert z\rvert$	0.75
3)	Z=$3\sqrt{3}+3i$, alors $z^3=\left(6e^{i\frac{\pi}{6}}\right)^3=216i$ imaginaire pur	0.75
4)	$\lvert z\rvert=1\Rightarrow z=e^{i\theta}\Rightarrow z^2+\frac{1}{z^2}=e^{i2\theta}+e^{i(-2\theta)}=2\cos 2\theta$ réel	0.75
5)	$\lvert i\bar{z}+1\rvert=\left\lvert i\left(\bar{z}+\frac{1}{i}\right)\right\rvert=\lvert i\rvert\lvert\bar{z}-i\rvert=\lvert\overline{z+i}\rvert=\lvert z+i\rvert$	1

	Question II	Notes
1.a	$A\notin$ à (d) et $A\notin$ à (d') (par vérification)	0.5
1.b	$\overrightarrow{BC}.\left(\vec{u}_d\wedge\vec{u}_{d'}\right)=16\neq 0$; avec B un point de (d) et C un point de (d') donc (d) et (d') sont non coplanaires	0.5
2.a	(P): 2x + y + 2z – 15 = 0. Soit M (x,y,z)$\in$ à (P) et I (2,-1,6)$\in$(d') et $\overrightarrow{AM}.\left(\overrightarrow{AI}\wedge\overrightarrow{U_{(d')}}\right)=o$	0.5
2.b	$\vec{n}.\overrightarrow{u_{(d)}}=0$ avec $\vec{n}$ vecteur normal de (P), alors (d) est // à (P)	0.5
3.a	$(\Delta):\begin{cases}x=2\lambda+2\\y=2\lambda+1\\z=-3\lambda+5\end{cases}$	0.5
3.b	B (4 ;3 ;2) pour t =2 et $\lambda=1$	0.5
4.a	pour $E\left(\frac{8}{3};\frac{1}{3};\frac{14}{3}\right)$ avec $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{U_{(d')}}$ =0	0.25
4.b	aire=$\frac{AE.EB}{2}=2u^2$	0.25
5	V= $\frac{1}{6}\left\lvert\overrightarrow{AM}.(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AE})\right\rvert$ = constant car (d) est parallèle à (P).	0.5

	Question III	notes
1)	$P(U_1)+P(U_2)=1$ et $P(U_2)=3P(U_1)$; donc $P(U_2)=\frac{3}{4}$ et $P(U_1)=\frac{1}{4}$	0.5
2)	$P(R/U_1)=\frac{1}{3}$	0.25 0.5 0.5 0.5

	$P(R\cap U_1) = P(R/U_1)\times P(U_1) = \dfrac{1}{12}$ et $P(R\cap U_2) = P(R/U_2)\times P(U_2) = \dfrac{3}{16}$ $P(R) = P(R\cap U_1) + P(R\cap U_2) = \dfrac{13}{48}$	
3)	$P(U_1/R) = \dfrac{4}{13}$	**0.5**
4)	$X_\Omega = \{0\ ,1\ ,2\}$; $P(X=0) = \dfrac{53}{240}$; $P(X=1) = \dfrac{61}{120}$; $P(X=2) = \dfrac{13}{48}$	**0.25** **0.5** **0.5**

	Question IV	**notes**
Partie A		
1)	$\lim\limits_{x\to 1} g(x) = -e \qquad \lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$	**0.5**
2.a	$\begin{array}{|c|ccc|}\hline x & 1 & & +\infty \\ \hline g'(x) & & + & \\ \hline g(x) & -e & \nearrow & +\infty \\ \hline\end{array}$ avec $g'(x) = 2\ln x + (\ln x)^2$	**0.5**
2.b	g(e)=0 et g est croissante. Donc si x>e, alors g(x)>0	**0.5**
Partie B		
1.a	$\lim\limits_{x\to 1} f(x) = -\infty$, alors x=1 est une asymptote verticale.	**0.25**
1.b	$\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x)-(e-x)] = 0$, alors y = e−x est une asymptote oblique.	**0.5**
1.c	pour x>1 lnx>0 alors $[f(x)-(e-x)]<0$, alors (C) est au dessous de (d).	**0.5**
2.a	$f'(x) = \dfrac{e\left(\frac{1}{x}(\ln x) - \frac{1}{x}(\ln x - 1)\right)}{(\ln x)^2} = \dfrac{-g(x)}{x(\ln x)^2}$	**0.75**
2.b	$\begin{array}{|c|ccccc|}\hline x & 1 & & e & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & -e & \searrow & -\infty \\ \hline\end{array}$	**0.5**
2.c		**1**
3.a	f définie continue et strictement croissante pour 1< x ≤e. Donc elle admet une fonction réciproque. Dh =]-∞,-e].	**0.5**
3.b	Sur la figure avec y=1 asymptote horizontale. (C') symétrique de (C) par rapport à la droite d'équation y=x.	**0.5**

4.a	soit B symétrique de A par rapport à y = x La symétrique de la droite (Δ) est la droite (Δ) car (Δ) perpendiculaire à la première bissectrice. Donc, $B=(C)\cap(\Delta)$, alors $B(\sqrt{e};-\sqrt{e}-e)$, donc $A(-\sqrt{e}-e;\sqrt{e})$	**0.5**
4.b	f '(x) = $\dfrac{-g(x)}{x\ln^2 x}$; f '($\sqrt{e}$)= $1-4\sqrt{e}$. Pente de (T) = $\dfrac{1}{1-4\sqrt{e}}$. (T) : y - $\sqrt{e}=\dfrac{1}{1-4\sqrt{e}}(x+\sqrt{e}+e)$.	**1**
4.c	(C') au-dessus de (Δ) pour x $\in]-\sqrt{e}-e\ ,-e]$	**0.5**