

الاسم:
الرقم:مسابقة في مادة الرياضيات
المدة: ساعة واحدة

عدد المسائل : ثلاث

ملاحظة : يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات
يستطيع المرشح الاجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I - (5 points)

Les 40 employés (techniciens et ouvriers) d'une usine sont répartis selon leur âge comme l'indique le tableau suivant :

Age en années	[20 ; 30[[30 ; 40[[40 ; 50[[50 ; 60]
Techniciens	4	2	3	1
Ouvriers	10	12	6	2

- 1) a- Déterminer l'âge moyen des techniciens.
b- Déterminer l'âge moyen des ouvriers.
- 2) On choisit au hasard un employé de cette usine.
Soit les événements suivants :
T : « l'employé choisi est un technicien ».
A: « l'employé choisi a moins que 40 ans ».
a- Vérifier que la probabilité de A est égale à 0,7.
b- Calculer les probabilités suivantes :
P(T), P(A / T), P(A∩T) et P(T /A).

II - (5points)

Un fleuriste possède 260 fleurs (roses et tulipes) réparties en 40 bouquets de deux genres :

- Bouquets de roses contenant 8 roses chacun.
- Bouquets de tulipes contenant 6 tulipes chacun.

- 1) a- Quel est le nombre de bouquets de chaque genre?
b- Déterminer le nombre de roses et le nombre de tulipes.
- 2) Ce fleuriste a vendu toutes ses fleurs pour une somme de 440 000 LL.
Quel est le prix de vente d'une tulipe sachant que le prix de vente d'une rose est de 1000 LL?

III - (10 points)

Soit f la fonction définie, sur $] -\infty ; 1 [\cup] 1 ; +\infty [$, par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1} .$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x)$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$. Dédurre une asymptote (D) à (C).

2) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b- Montrer que la droite (d) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à (C).

3) Vérifier que $f'(x) = \frac{x(x - 2)}{(x - 1)^2}$.

4) Dresser le tableau de variations de f .

5) Tracer les droites (D), (d) et la courbe (C).

6) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du réel m , le nombre de

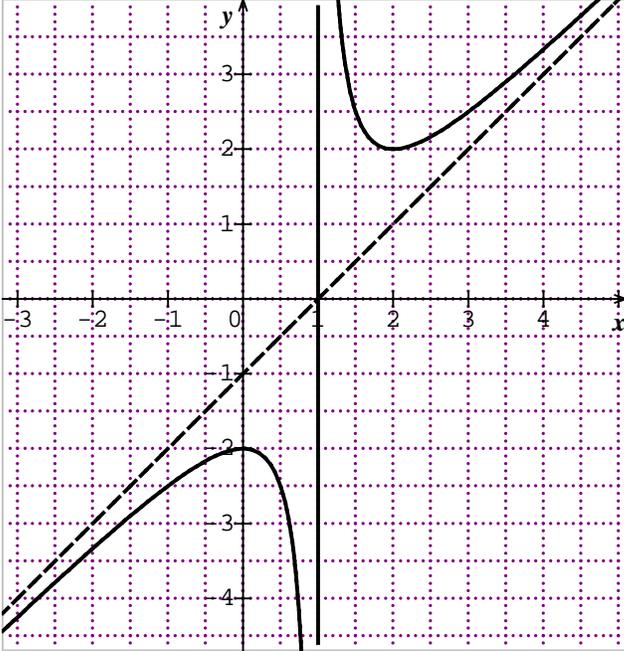
solutions de l'équation $\frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1} = m$.

PREMIERE SESSION 2007– L.H.

Q1	ELEMENTS DE REPONSES	NOTES
1.a	$\bar{T} = 36$. L'âge moyen de ces techniciens est 36 ans.	1
1.b	$\bar{O} = 35$. L'âge moyen de ces ouvriers est 35 ans.	½
2.a	$P(A) = \frac{28}{40} = 0,7$.	1
2.b	$P(T) = \frac{10}{40} = 0,25$; $P(A/T) = \frac{6}{10} = 0,6$; $P(A \cap T) = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$; $P(T/A) = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$.	2 ½

Q2	ELEMENTS DE REPONSES	NOTES
1.a	Soit x le nombre de bouquets de roses et y le nombre de bouquets de tulipes $\begin{cases} x + y = 40 \\ 8x + 6y = 260 \end{cases} \quad x = 10 \text{ et } y = 30$	2 ½
1.b	Nombre de roses $10 \times 8 = 80$ Nombre de tulipes $30 \times 6 = 180$	1
2	Prix des roses $80 \times 1000 = 80\,000$ Prix des tulipes $440\,000 - 80\,000 = 360\,000$ LL. Prix d'une tulipe $360\,000 \div 180 = 2\,000$ LL	1 ½

Q3	ELEMENTS DE REPONSES	NOTES
1	$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$; $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$. La droite (D) d'équation $x = 1$ est asymptote à (C).	1 ½
2a	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x) = -\infty$ de même $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.	1
2b	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - 1} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 1)] = 0$. La droite (d) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à (C).	1

3	$f'(x) = \frac{(2x-2)(x-1) - x^2 + 2x - 2}{(x-1)^2} =$ $\frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}.$	1 ½																		
4	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">x</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-∞</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">1</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">2</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">f'(x)</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">f(x)</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-∞</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↖ -2 ↘</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">+∞</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↘ 2 ↗</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+∞</td> </tr> </table>	x	-∞	0	1	2	+∞	f'(x)	+	0	-	-	0	f(x)	-∞	↖ -2 ↘	+∞	↘ 2 ↗	+∞	1 ½
x	-∞	0	1	2	+∞															
f'(x)	+	0	-	-	0															
f(x)	-∞	↖ -2 ↘	+∞	↘ 2 ↗	+∞															
5		2																		
6	<p>Pour $m < -2$; 2 solutions. Pour $m = -2$; 1 solution (double). Pour $-2 < m < 2$; pas de solutions. Pour $m = 2$; 1 solution (double). Pour $m > 2$; 2 solutions.</p>	1 ½																		