وزارة التربية والتعليم العالي
المديرية العامة للتربية
دائرة الامتحانات

امتحانات الشهادة المتوسطة

دورة سنة ٢٠٠٧ العادية

مسابقة في تايضايرلا ةدام
المدة: ساعتان

عدد المسائل: ستة

الاسم:
الرقم:

إرشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او إختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I – (*2 points*)

Les questions 1) et 2) de cet exercice sont indépendantes.

1) On donne les deux nombres A et B définis par :

$$A = \frac{13}{7} - \frac{3}{7} \times \frac{14}{9} \quad , \quad B = 2\sqrt{36} + 5\sqrt{12} - 9\sqrt{75} + 4\sqrt{27}.$$

On demande de faire apparaître les étapes des calculs suivants :

a) Calculer A et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

b) Ecrire B sous la forme $a + b\sqrt{3}$ où a et b sont deux entiers.

2) x est un angle aigu quelconque, établir les deux égalités suivantes :

a) $(1+\tan^2 x)\cos^2 x = 1.$

b) $(\cos x + \sin x)^2 - 2\cos x \sin x = 1.$

II – (*2 points*)

Une série statistique est donnée par le tableau ci-contre où a, b, c et d sont des nombres entiers.

1) Calculer la valeur numérique de chacun des nombres a, b, c et d.
2) Calculer la moyenne de cette série statistique.

Valeurs	5	7	8	12	**Total**
Effectifs	12	18	a	15	75
Fréquences en %	16	c	d	20	b

III – (*2 points*)

Dans ce qui suit, x désigne le prix en LL d'un stylo et y désigne le prix en LL d'un cahier.
Pour acheter un stylo et un cahier on a payé 2500 LL.
Si le prix du stylo baisse de 30% et le prix du cahier baisse de 20%, la somme à payer sera 1900LL.

1) Démontrer que les informations précédentes se traduisent par le système suivant : $\begin{cases} x + y = 2500 \\ 7x + 8y = 19000. \end{cases}$

2) Résoudre, en détaillant les étapes suivies, le système précédent et dire quel est le prix d'un stylo et celui d'un cahier.

IV – (*3 points*)

<u>Partie A</u>

1) Vérifier l'égalité : $2(x-3)(x+7) = 2x^2 + 8x - 42$.

2) Résoudre l'équation : $2x^2 + 8x - 42 = 0$.

<u>Partie B</u>

Dans cette partie, l'unité de longueur est le centimètre.
Un triangle ABC est tel que $AB = x$, $AC = x + 4$ et $BC = \sqrt{58}$, **où x est un entier strictement plus grand que 1**.

1) Peut-on trouver une valeur de x pour que ABC soit rectangle en C ? Justifier.
2) Calculer x pour que ABC soit rectangle en A. (On pourra s'aider des résultats de la **<u>partie A</u>**).
3) Calculer x pour que le périmètre du triangle ABC soit inférieur ou égal à 18. (On pourra, **dans cette question**, prendre 7,6 comme valeur approchée de $\sqrt{58}$).

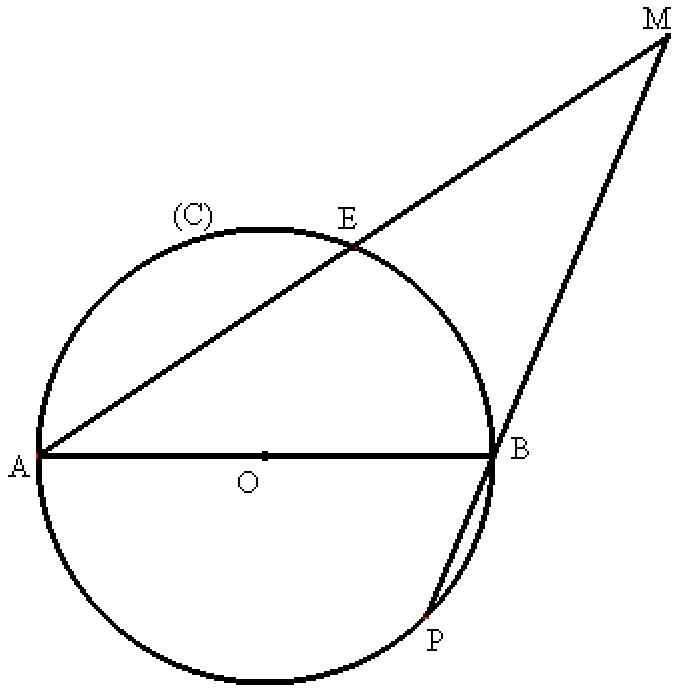
V – (*5 points*)

On considère un cercle (C) de centre O et de diamètre [AB] tel que AB = 6cm. E est un point variable de (C) et M est le symétrique de A par rapport à E.

La droite (BM) recoupe le cercle en P. (Voir la figure ci-dessous).

On désigne par J le point d'intersection de (BE) avec (AP), par T le point d'intersection de (AB) avec (MJ) et par S le milieu de [MB].

1) Faire une figure.
2) Démontrer que le triangle ABE est rectangle.
3) a) Démontrer que le triangle ABM est isocèle de sommet principal B.
   b) Sur quelle ligne se déplace S lorsque E décrit (C) ?
4) Démontrer que le triangle ABM est un agrandissement du triangle OBS et préciser le rapport de cet agrandissement.
5) a) Démontrer que (AT) est perpendiculaire à (M J).
   b) Démontrer que les points E, B, T et M se trouvent sur un même cercle dont on indiquera un diamètre.

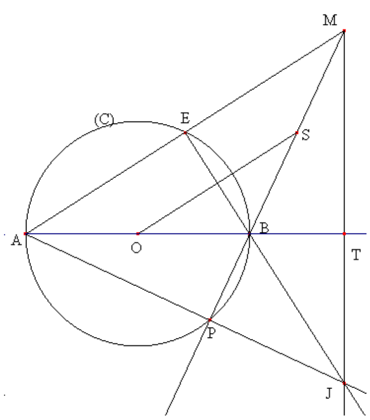


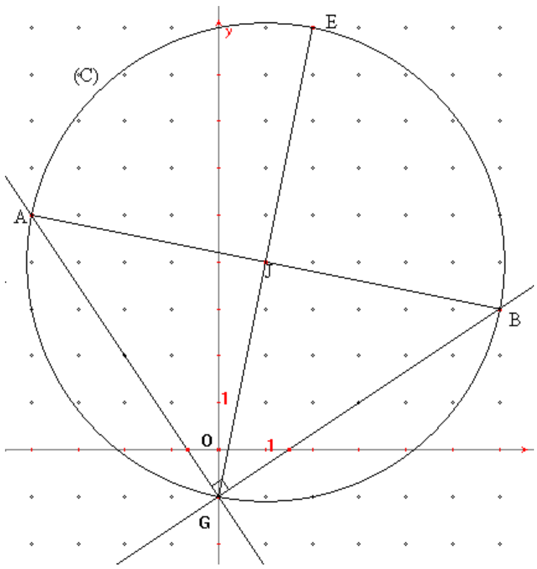
VI – (*6 points*)

Dans un repère orthonormé d'axes $x'Ox, y'Oy$ où l'unité de longueur est le centimètre, on donne la droite (d) d'équation $y=-\frac{3}{2}x-1$ et les points $A(-4;5)$, B(6;3) et G(0 ; −1).

1) Placer les points A, B et G.
2) Vérifier par le calcul, que A et G sont deux points de (d) puis tracer (d).
3) Ecrire une équation de la droite (BG) et déduire que les droites (d) et (BG) sont perpendiculaires.
4) On donne $AG=2\sqrt{13}$. Calculer BG et déduire que le triangle AGB est rectangle et isocèle.
5) Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABG. Calculer le rayon de (C) et les coordonnées de son centre J.
6) On désigne par E le point défini par $\overrightarrow{GE}=\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}$.
   a) Démontrer que AGBE est un carré.
   b) Calculer les coordonnées de E.
   c) Démontrer que E est un point de (C).

توزيع علامات مسابقة الرياضيات

I	**1.a)**	$A=\frac{13}{7}-\frac{2}{3}=\frac{25}{21}$.	½
	1.b)	$B=12+10\sqrt{3}-45\sqrt{3}+12\sqrt{3}=12-23\sqrt{3}$.	½
	2.a)	$(1+\tan^2 x)\cos^2 x=\cos^2 x+\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\cos^2 x=\cos^2 x+\sin^2 x=1$.	½
	2.b)	$(\cos x+\sin x)^2-2\cos x\sin x=\cos^2 x+\sin^2 x+2\cos x\sin x-2\cos x\sin x=1$.	½
II	**1**	a = 30 ; b = 100 ; c = 24 ; d = 40.	**1 ¼**
	2	$\bar{x}=\frac{606}{75}=8{,}08$.	¾
III	**1**	$\begin{cases}x+y=2500\\0{,}7x+0{,}8y=1900\end{cases}$ alors $\begin{cases}x+y=2500\\7x+8y=19000.\end{cases}$	**¼, ½, ¼**
	2	x = 1000 et y = 1500 Le prix d'un stylo est 1000LL ; Le prix d'un cahier est 1500LL.	¾ ¼
IV	**A.1)**	$2(x-3)(x+7)=2(x^2+4x-21)=2x^2+8x-42$	½
	A.2)	x = 3 ; x = -7	½
	B.1)	Non, car x < x + 4 , donc [AB] ne peut pas être une hypoténuse. ou bien : $x^2=(x+4)^2+58$ donne $x=-\frac{74}{8}$. Cette valeur de x est inacceptable car …	½
	B.2)	$BC^2=AB^2+AC^2$ donc $2x^2+8x-42=0$, alors x = 3 ou x = -7 ; -7 inacceptable.	¾
	B.3)	$x+x+4+7{,}6\leq 18$; $x\leq 3{,}2$ donc x = 2 ou x = 3.	¾
V	**1**	Figure  	¼

<table>
<tr><td rowspan="6">V</td><td>2</td><td colspan="2">[AB] est un diamètre
E est un point du cercle donc le triangle AEB est rectangle en E.</td><td>½</td></tr>
<tr><td>3.a)</td><td colspan="2">Dans le triangle ABM, [BE] est une médiane à la fois hauteur donc le triangle ABM est isocèle de sommet principal B.</td><td>¾</td></tr>
<tr><td>3.b)</td><td colspan="2">S se déplace sur le cercle de centre B et de rayon BS = 3cm.</td><td>¾</td></tr>
<tr><td>4</td><td colspan="2">(OS) // (AM) ; $\frac{BM}{BS}=\frac{BA}{BO}=\frac{AM}{OS}=2$ car … ; Le rapport est 2.</td><td>¾</td></tr>
<tr><td>5.a)</td><td colspan="2">Dans le triangle AMJ, B est l’orthocentre donc (JE) perpendiculaire à (AM).</td><td>1</td></tr>
<tr><td>5.b)</td><td colspan="2">MEB et MTB sont deux triangles rectangles de même hypoténuse [BM]. Donc ils sont inscrits dans le cercle de diamètre [BM].</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="9">VI</td><td>1</td><td colspan="2">A , B et G.</td><td>½</td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="2">$-\frac{3}{2}x_A-1=5=y_A$; A est un point de (d).
$-\frac{3}{2}x_G-1=-1=y_G$; G est un point de (d).
Tracé de (d).</td><td>¾</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Equation de (BG) : $y=\frac{2}{3}x-1$
$a_{(BG)}\times a_{(d)}=-1$; $(BG)\perp(d)$.</td><td rowspan="4">
</td><td>¾
¼</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$BG=2\sqrt{13}$
BG = AG et (BG) ⊥ (AG) donc AGB est un triangle rectangle isocèle.</td><td>½
½</td></tr>
<tr><td>5</td><td>$r=\frac{AB}{2}=\sqrt{26}$ car [AB] est un diamètre de (C).
J (1 ; 4) (J milieu de [AB]).</td><td>½
½</td></tr>
<tr><td>6.a)</td><td>$\overrightarrow{GE}=\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}$ donc AGBE est un parallélogramme.
AGB est rectangle isocèle donc AGBE est un carré.</td><td>¾</td></tr>
<tr><td>6.b)</td><td>E (2 ; 9).</td><td></td><td>¾</td></tr>
<tr><td>6.c)</td><td>E est le 4ème sommet du carré ; donc E est un point de (C).</td><td></td><td>¼</td></tr>
</table>