الدورة العادية 2008	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : اجتماع و اقتصاد	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات
الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	عدد المسائل : أربع

ملاحظة : يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة).

I- (4 points)

Le tableau suivant donne la tension artérielle y_i en fonction du poids x_i, d'un groupe de femmes.

Poids en kg x_i	55	58	60	64	65	70
Tension y_i	13,2	13,5	13,8	14,6	15,2	15,8

1) Calculer les moyennes $\overline{x}$ et $\overline{y}$ des deux séries statistiques x_i et y_i.

2) Représenter le nuage de points $(x_i ; y_i)$ ainsi que le point moyen G ($\overline{x}$; $\overline{y}$) dans un repère orthogonal.

3) Ecrire une équation de la droite de régression $D_{y/x}$ de y en x et tracer cette droite dans le repère précédent.

4) Si ce modèle est valable pour des poids de femmes entre 45 et 75 kg, estimer la tension artérielle d'une femme de 72 kg.

5) Les médecins estiment que la tension normale appartient à l'intervalle [12 ; 13].
Estimer un intervalle auquel doit appartenir le poids d'une femme pour que sa tension soit normale.

II- (4 points)

Une personne loue un appartement au début de l'année 2000.
Le loyer annuel en l'année 2000 était de 4 000 000 LL avec une augmentation de 10% chaque année.
Soit U_0 = 4 000 000 et on désigne par U_n le loyer annuel en LL en l'année (2 000 + n).

1) Calculer U_1 et U_2.

2) a- Démontrer que (U_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
b- Calculer U_n en fonction de n et déduire U_{n+1} en fonction de n.

3) Soit $S_n = U_0 + U_1 + \ldots\ldots + U_n$.
a- Montrer que $1{,}1 \times S_n = U_1 + U_2 + \ldots\ldots + U_{n+1}$.
b- Déduire que $1{,}1 \times S_n = S_n + U_{n+1} - U_0$ et que $S_n = 40\,000\,000\,[(1{,}1)^{n+1} - 1]$.

4) Cette personne a loué l'appartement pour 6 années consécutives à partir du début de l'année 2 000 jusqu' à la fin de l'année 2005.
Calculer la somme totale payée par cette personne pour le loyer de cet appartement durant cette période.

III- (4 points)

Les 40 élèves du club de basket-ball dans une école sont distribués comme le montre le tableau suivant :

	Garçons	Filles
$1^{ère}$ année secondaire	8	6
$2^{ème}$ année secondaire	7	4
$3^{ème}$ année secondaire	8	7

Un groupe de 3 élèves de ce club est choisi simultanément et au hasard.

1) On considère les événements suivants:
   A: « Les trois élèves choisis sont tous de la $3^{ème}$ année secondaire ».
   B: « Les trois élèves choisis sont des filles de trois années différentes ».
   C: « Les trois élèves choisis sont de la même année secondaire »

   Vérifier que la probabilité P(A) est égale à $\frac{7}{152}$ et calculer P(B) et P(C).

2) Le groupe choisi est composé de trois garçons, quelle est la probabilité qu'ils soient de la même année secondaire?

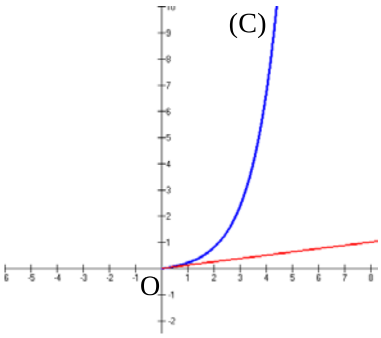
3) Dans cette partie on choisit au hasard et successivement trois élèves de ce club.
   a- Quelle est la probabilité que le premier soit de la $1^{ère}$ année, le second de la $2^{ème}$ année et le troisième de la $3^{ème}$ année.
   b- Quelle est la probabilité qu'au moins l'un d'eux soit de la $1^{ère}$ année.

IV- (8 points)

A- La courbe (C) ci-contre est la représentation graphique, dans un repère orthonormé, de la fonction f définie, sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = ae^x + b$, où a et b sont des réels.

La courbe (C) admet en O une tangente (T) d'équation $y = \frac{x}{8}$.

Montrer que $f(x) = \frac{e^x - 1}{8}$.



B- Soit g la fonction définie, sur $[0\,;+\infty[$, par $g(x) = \frac{120}{e^x + 15}$ et soit (G) sa courbe représentative.

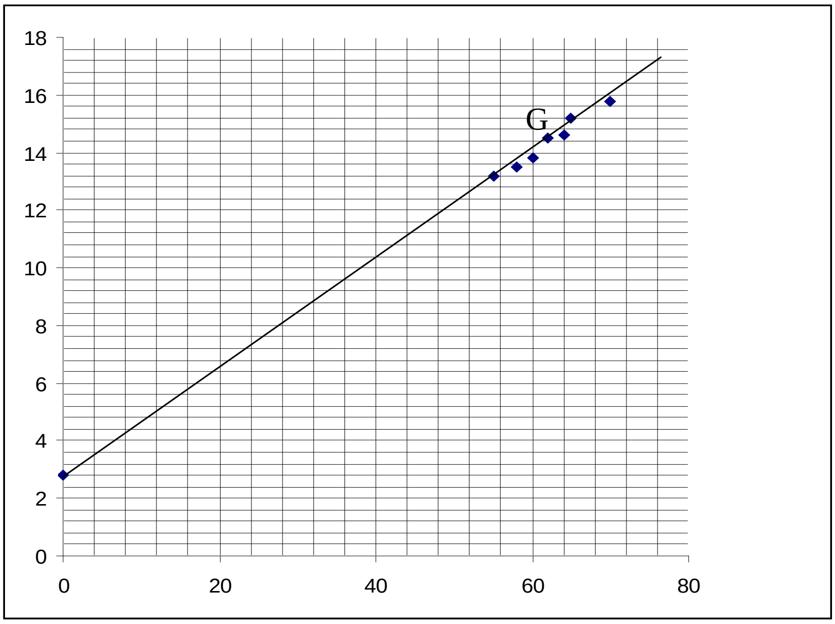
1) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ et déduire une asymptote à (G).

2) Montrer que $g'(x) < 0$ pour tout $x \geq 0$.

3) Dresser le tableau de variations de g.

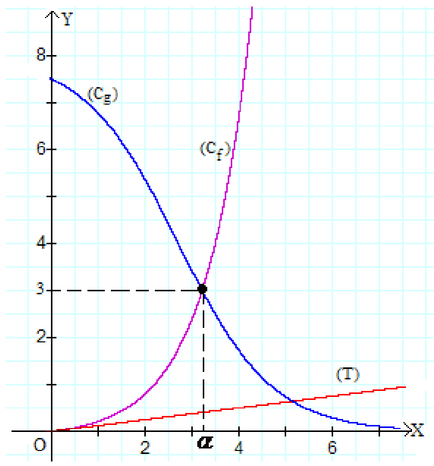
4) Reproduire (C) et tracer (G) dans un même repère orthonormé.

5) On suppose que f et g sont respectivement les fonctions d'offre et de demande d'un certain objet en fonction du prix unitaire x. (x est exprimé en millions de LL, f(x) et g(x) en centaines d'objets).
   a- Estimer le nombre d'objets demandés pour un prix unitaire de 5 000 000 LL.
   b- Montrer que l'équation f(x) = g(x) a une solution unique α et vérifier que $\alpha = \ln(25)$.
   c- Calculer $g(\alpha)$ et donner une interprétation économique aux valeurs de α et de $g(\alpha)$.

QI	Corrigé	Note
1	$\overline{x} = 62$; $\overline{y} = 14{,}35$. (calculatrice)	1
2		2
3	$Y = 0{,}186x+2{,}799$. (calculatrice)	1
4	Pour $x = 72$ $y = 0{,}186\times 72+2{,}799 = 16{,}191$. Donc pour un poids de 72 kg la tension artérielle est estimée à 16,2.	1
5	$12 \le y \le 13$ équivaut à $12 \le 0{,}186x + 2{,}799 \le 13$ et $49{,}46 \le x \le 54{,}84$. Le poids d'une femme peut appartenir à l'intervalle [49,5 ;54,8].	2

QII	Corrigé	Note
1	$U_1 = U_0 + 0{,}1\ U_0 = 1{,}1\ U_0 = 1{,}1 \times 4\,000\,000 = 4\,400\,000$. $U_2 = 1{,}1\ U_1 = 1{,}1\times 4\,400\,000 = 4\,840\,000$.	1
2a	$U_{n+1} = U_n + 0{,}1\ U_n = 1{,}1\ U_n$. Donc (U_n) est une suite géométrique de raison $q = 1{,}1$ et de premier terme $U_0 = 4\,000\,000$.	1
2b	D'où $U_n = U_0\ q^n = 4\,000\,000\ (1{,}1)^n$ et $U_{n+1} = U_0\ q^{n+1} = 4\,000\,000\ (1{,}1)^{n+1}$	1
3a	$S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_n$. $1{,}1S_n = 1{,}1\ U_0 + 1{,}1\ U_1 + 1{,}1\ U_2 + \ldots + 1{,}1\ U_n$ $= U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_{n+1}$.	1.5
3b	$1{,}1\ S_n + U_0 = U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_n + U_{n+1}$ $= S_n + U_{n+1}$. D'où $1{,}1\ S_n = S_n + U_{n+1} - U_0$ $1{,}1\ S_n - S_n = U_{n+1} - U_0$ $0{,}1\ S_n = 4\,000\,000\ (1{,}1)^{n+1} - 4\,000\,000$ $0{,}1\ S_n = 4\,000\,000\ [(1{,}1)^{n+1} - 1]$ $S_n = 40\,000\,000\ [(1{,}1)^{n+1} - 1]$.	1.5
4	$S_5 = 40\,000\,000\ [(1{,}1)^6 - 1] = 30\,862\,440$.	1

QIII	Corrigé	Note
1	P(A)= $\frac{C_{15}^3}{C_{40}^3}=\frac{7}{152}$; P(B)= $\frac{C_6^1\times C_4^1\times C_7^1}{C_{40}^3}$ =0,017 ; P(C)= $\frac{C_{14}^3+C_{11}^3+C_{15}^3}{C_{40}^3}$ =0,099.	3
2	P(même année/3 garçons)= $\frac{C_8^3+C_7^3+C_8^3}{C_{23}^3}$ = 0,083.	1.5
3a	P(1ère, 2ème, 3ème)= $\frac{14}{40}\times\frac{11}{39}\times\frac{15}{38}$ =0,0389.	1.5
3b	P(au moins une est de la 1^{ere} année)=1 – (les 3 sont des autres années) $=.1-\frac{26}{40}\times\frac{25}{39}\times\frac{24}{38}=0{,}736$.	1

QIV	Corrigé	Note
A	f(x) = a e^x + b et f (0) = 0, d'où : a + b = 0. f´(x) = a e^x et f´(0) = $\frac{1}{8}$, d'où : a = $\frac{1}{8}$, par suite b = -$\frac{1}{8}$. Donc f(x) = $\frac{e^x-1}{8}$.	2.5
B1	$\lim_{x\to+\infty} g(x)$ = 0, donc y = 0 est une asymptote.	1
B2	$g'(x)=-\frac{120\,e^x}{(e^x+15)^2}$ .Donc g'(x) < 0 pour tout x ≥ 0.	1.5
B3	$\begin{array}{c\|lr} x & 0 & +\infty \\ \hline g'(x) & \quad - & \\ \hline g(x) & 7{,}5 \searrow & 0 \end{array}$	1.5
B4		2.5
B5a	g (5) = $\frac{120}{e^5+15}$ =0,73 Le nombre d'objets demandés est 73 objets.	1
B5b	f(x) = g(x) ⇒ e^{2x} + 14 e^x – 975 = 0 ⇒ e^x = 25 ⇒ x = ln(25) ≈ 3,21887= α .	2
B5c	g(α) = g(ln25) = $\frac{120}{e^{\ln 25}+15}=\frac{120}{25+15}$ = 3. α = Prix d'équilibre = 1 000 000×3,218 875 = 3 218 875 LL. g(α) = Quantité d'équilibre = 100 × 3 = 300 objets.	2