الدورة الإستثنائية للعام 2012	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : إجتماع وإقتصاد	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات
الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	عدد المسائل: أربع

ارشادات عامة :- يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I - (4 points)

Une entreprise produit des articles ménagers. Le tableau suivant donne le coût total y_i, exprimé en millions LL, de la production de x_i centaines d'articles.

Nombre d'articles x_i	0,6	0,8	1,1	1,2	1,5	2
Coût total y_i	1,4	1,5	1,8	2,1	2,5	3

Dans cet exercice, les réponses seront données à 10^{-3} près.

1) Soit (D) la droite de régression de y en x dans un repère orthogonal d'axes x'Ox , y'Oy.
Ecrire une équation de (D).

2) Estimer le coût total pour une production de 220 articles.

3) Le prix de vente d'un article est 25 000LL mais seulement 80% des articles produits sont vendus.
a-Démontrer que le revenu est donné par R(x) = 2x.
b-Estimer le profit réalisé par l'entreprise pour une production de 220 articles.
c-Dans le repère précédent, on considère la droite (D') d'équation y = 2x.
(D) et (D') se coupent en un point S.
Calculer l'abscisse de S et donner une interprétation économique à la valeur obtenue.

II- (4 points)

Dans son magasin, Rami vend des chemises et des vestes de deux tailles différentes : petite et grande.

- 70% des articles sont des chemises.
- 40% des chemises sont de petite taille.
- 50% des vestes sont de grande taille.

Un client de ce magasin choisit au hasard un article.
On considère les événements suivants:
C : « L'article choisi est une chemise »
V : « L'article choisi est une veste »
S : « L'article choisi est de petite taille».

A- 1) a- Vérifier que la probabilité $p(S\cap C)$ est égale à 0,28 et calculer $p(S\cap V)$.
b- En déduire p(S).
2) Sachant que l'article choisi est de petite taille, calculer la probabilité qu'il soit une chemise.

B- Le prix d'une chemise de petite taille est 30 000 LL et celui d'une chemise de grande taille est 50 000 LL.
Le prix d'une veste de petite taille est 40 000LL et celui d'une veste de grande taille est 50 000 LL.
Soit X la variable aléatoire égale à la somme payée par le client pour l'achat de l'article choisi.
1) Déterminer la loi de probabilité de X.
2) Calculer l'espérance mathématique E(X).
3) On désigne par N le nombre d'articles vendus dans le magasin de Rami.
a- Donner, en fonction de N, une estimation du revenu de Rami,
b- Si Rami veut réaliser un revenu qui dépasse 6 000 000 LL, quel est le nombre minimum de chemises et celui de vestes qu'il doit vendre?

III- (4 points)

Au début d'une certaine année, Fadi dépose dans une banque une somme de 100 millions LL à un taux d'intérêt annuel de 8 % avec capitalisation annuelle des intérêts. A la fin de chaque année, Fadi retire de son compte une somme de 10 millions LL pour payer un voyage.

On désigne par U_n la somme, en millions LL, que possède Fadi à la fin de la nième année après le retrait des 10 millions LL. Ainsi $U_0=100$.

1) Justifier que $U_{n+1} = 1{,}08U_n - 10$.

2) Vérifier que la suite (U_n) n'est pas géométrique.

3) Pour tout entier naturel n, on pose, $V_n = U_n + \alpha$.
 Calculer α pour que la suite (V_n) soit géométrique de raison 1,08.

Dans ce qui suit on prend $\alpha = -125$.

4) Calculer V_n et U_n en fonction de n.

5) Démontrer que (U_n) est décroissante.

6) Dans combien d'années Fadi ne pourra plus utiliser, pour la première fois, son compte pour payer son voyage ?

IV- (8 points)

A- On considère la fonction f, définie sur]–2 ; 5] par $f(x) = -x + 7 - \ln(2 + x)$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Déterminer $\lim\limits_{x\to-2} f(x)$ et déduire une asymptote (d) à (C).

2) Calculer f(–1), f(0) et f(5).

3) Trouver f '(x) et dresser le tableau de variations de f.

4) Tracer (d) et (C).

5) a-Démontrer que la fonction F définie sur]–2 ; 5] par $F(x) = -\dfrac{x^2}{2} + 8x - (x+2)\ln(x+2)$ est une primitive de f.

 b-Déduire l'aire du domaine limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les deux droites d'équations x = 0 et x = 1.

B- Une entreprise fabrique des classeurs. Le prix unitaire x est exprimé en milliers LL avec $0{,}3 \le x \le 5$.
 La demande exprimée, en milliers d'unités, est modélisée par f(x).
 L'offre g(x), exprimée en milliers d'unités, est donnée par $g(x) = \dfrac{3}{4}x + 1$.

1) Calculer la demande pour un prix unitaire de 2 000 LL.

2) Tracer la représentation graphique (G) de g dans le même repère que celui de (C).

3) (G) coupe (C) en un point d'abscisse α. Vérifier que $2{,}5 < \alpha < 2{,}6$.

4)Dans ce qui suit, on suppose que $\alpha = 2{,}55$.

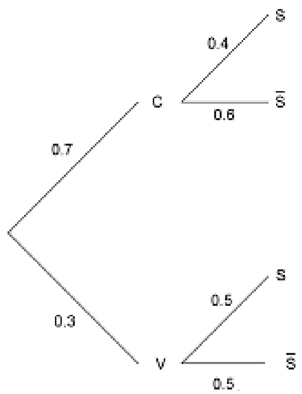
 a- Donner une interprétation économique de cette valeur de α.

 b- Déterminer la quantité qui correspond à l'équilibre du marché.

 c- Déterminer le revenu correspondant au prix d'équilibre.

الدورة الإستثنائية للعام **2012** مشروع معيار التصحيح	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : إجتماع و إقتصاد	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات

I	Corrigé	Note
1	y = 1,214x+0,593.	1
2	x = 2,2 implique y =3,263 soit 3263000LL.	1
3a	Si x centaines articles sont produits, le nombre d'articles vendus est 0,8x centaines ou 80*x* articles. Le revenu correspondant est $80x \times 25000 = 2000000x = 2x$ millions LL. OU: R(x) = $25000 \times \frac{80}{100} \times \frac{100x}{1000000}$ =2x	1.5
3b	Profit= revenu– coût = 4,4–3,263=1,136 soit1136000 million LL.	1.5
3c	2x =1,214x+0,593; x = 0,75. Pour une production de 75 articles, l'entreprise est en perte, elle commence à réaliser des bénéfices pour une production de 76 articles.	2

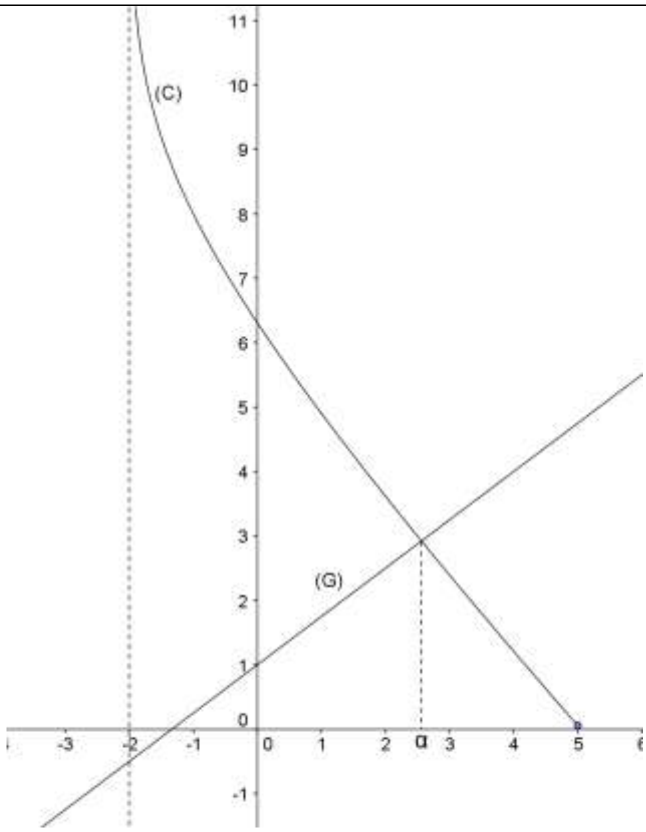


II		Corrigé	Note
	A1a	$P(S \cap C) = P(C) \times P(S/C) = 0,7 \times 0,4 = 0,28.$ $P(S \cap V) = P(V) \times P(S/V) = 0,3 \times 0,5 = 0,15.$	1
	A1b	$P(S) = P(S \cap C) + P(S \cap V) = 0,28 + 0,15 = 0,43.$	0.5
	A2	$P(C/S) = \frac{P(C \cap S)}{P(S)} = \frac{28}{43} = 0,651.$	1
B1		Les valeurs possibles de X sont: 30 000, 40 000, 50 000.	1.5

X_i	30 000	40 000	50 000
$P(X_i)$	0,28	0,15	0,57

B2	E(X) = 30 000 × 0,28 + 40 000 × 0,15 + 50 000 × 0,57 = 42 900.	0.5
B3a	Le revenu est E(X)× N = 42 900 N.	1
B 3b	42 900 N > 6 000 000 donc N > 139, 8. Par suite il doit vendre au moins 140 articles. Mais, puisqu'il y a 70% de chemises et 30% de vestes, il doit vendre un minimum de 98chemises et 42 vestes.	1.5

III	Corrigé	Note
1	$U_{n+1} = U_n + 0,08 \times U_n - 10 = 1,08U_n - 10$	0.5
2	$U_1 = 1,08 \times 100 - 10 = 98$ $U_2 = 1,08 \times 98 - 10 = 95,84$ Comme $\frac{U_2}{U_1} \neq \frac{U_1}{U_o}$, alors (U_n) n'est pas une suite géométrique.	1
3	$\frac{V_{n+1}}{Vn} = \frac{U_{n+1}+\alpha}{U_n+\alpha} = \frac{1,08U_n - 10 + \alpha}{U_n + \alpha} = 1,08$; $0,08\alpha = -10$; $\alpha = -125.$	1.5
4	$V_n = V_o \times q^n$ avec $V_o = U_o - 125 = 100 - 125 = -25$ $V_n = -25 \times (1,08)^n$ $U_n = V_n + 125 = -25 \times (1,08)^n + 125.$	1
5	$U_{n+1} - U_n = -25 \times (1,08)^{n+1} + 25 \times (1,08)^n = 25 \times (1,08)^n \times (-0,08) < 0$ (U_n) est décroissante .	1
6	$U_n < 10$; $-25 \times (1,08)^n + 125 < 10$; $n(\ln 1,08) > \ln\frac{115}{25}$; $n > 19,8$ Donc après 20 ans.	2

IV	Corrigé	Note
A1	$\lim\limits_{x \to -2} f(x) = +\infty$. La droite (d) d'équation x = –2 est asymptote à (C).	1
A2	f(–1) = 8, f(0) = 5,616 f(5) = 2 – ln7 = 0,05.	1
A3	$f'(x) = -1 - \dfrac{1}{2+x} < 0$ $\begin{array}{c\|lr} x & -2 & 5 \\ \hline f'(x) & \| \quad - & \\ \hline f(x) & \| +\infty \searrow & 0{,}05 \end{array}$	1.5
A4		1
A5a	$F'(x) = -x + 8 - \ln(x+2) - \dfrac{x+2}{x+2} = -x + 7 - \ln(x+2) = f(x)$.	1
A4b	$A = \int_0^1 f(x)dx = \left[-\dfrac{x^2}{2} + 8x - (x+2)\ln(x+2) \right]_0^1 = \dfrac{15}{2} - 3\ln 3 + 2\ln 2 =$ $5{,}59u^2$.	1
B1	Pour un prix unitaire de 2 000LL ; x = 2; f(2) = 5 – ln 4 = 3,613 donc 3613 classeurs.	1.5
B2	Voir figure	1
B3	Soit h(x) = g(x) – f(x) ; donc h(x) = $\dfrac{7}{4}$ x – 6 + ln (2 + x) h(2,5) = – 0,12 < 0 ; h(2,6) = 0,07 > 0 ; par suite 2,5 < α<2,6.	1.5
B4a	Pour un prix unitaire de 2550 LL, le marché est en équilibre.	1
B4b	g(2,55) = 2,912 donc la quantité d'équilibre est 2912 classeurs.	1
B4c	R(2,55) = 2,55× 2,912 = 7,4256. Donc le revenu lors de l'équilibre du marché est 7 425 600 LL.	1.5