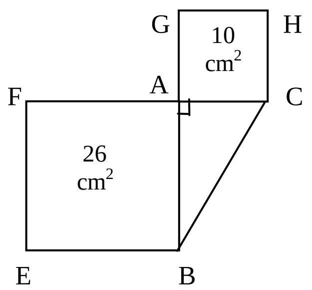
وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات	امتحانات الشهادة المتوسطة	دورة سنة ٢٠٠٤ العادية
عدد المسائل : ستة	مسابقة في الرياضيات المدة: ساعتان	الاسم: الرقم:

ملاحظة : يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو لاختزان المعلومات أو لرسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I- (2 points)

In the table below, only one among the proposed answers to each question is correct.
Write down the number of each question and give, with justification, the corresponding answer for your choice.

Nº	Questions	Answers a	Answers b	Answers c
1)	$\frac{8}{15}+\frac{7}{15}\times\frac{2}{3}$ is equal to ...	$\frac{2}{3}$	$\frac{38}{45}$	$\frac{22}{15}$
2)	If each year prices increase by 10% then at the end of two years prices will increase by …	100%	21%	20%
3)	 In the adjacent figure the area of square ABEF is 26 cm^2 and the area of square ACHG is 10cm^2. Then BC = ...	$(\sqrt{26}+\sqrt{10})$ cm	$\sqrt{\sqrt{26}+\sqrt{10}}$ cm	6cm

II- (2 points)

In this problem, the unit of length is 1cm.
Given the three points A, B and C such that : $AB = \sqrt{108}$, $BC = \sqrt{48}$ and $AC = 10\sqrt{3}$.

3) Calculate AB + BC giving the answer in the form $a\sqrt{3}$.
4) Are the points A, B and C collinear ? Justify.

III- (2½ points)

In this problem, the unit of length is 1 cm.
x and y are two positive numbers. ABC is a right triangle at A such that :
$AB = 2x + y$, $AC = x + y$ and $BC = 3x + y$.
The perimeter of triangle ABC is 24 and $\tan ABC = \frac{3}{4}$.

1) Justify that the preceding given is translated into the system $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 6x + 3y = 24 \end{cases}$
2) a- Calculate x and y showing all the steps followed.
   b- Deduce the length of the sides of triangle ABC.

IV- (3 points)

Consider the two expressions :
$A(x) = (x + 3)(4x + 7)$ and $B(x) = x^2 - 4 + (x - 2)(3x + 5)$.

4) Solve the equation $A(x) = 0$.

5) Prove that $B(x) = (x-2)(4x+7)$.

6) Given the expression $F(x) = \dfrac{x^2 - 4 + (x-2)(3x+5)}{(x+3)(4x+7)}$.

   a) Determine the values of x for which $F(x)$ is defined .
   b) Simplify $F(x)$; then solve the equation $F(x) = 2$.
   c) Does the equation $F(x) = -3$ admit a solution? Justify.

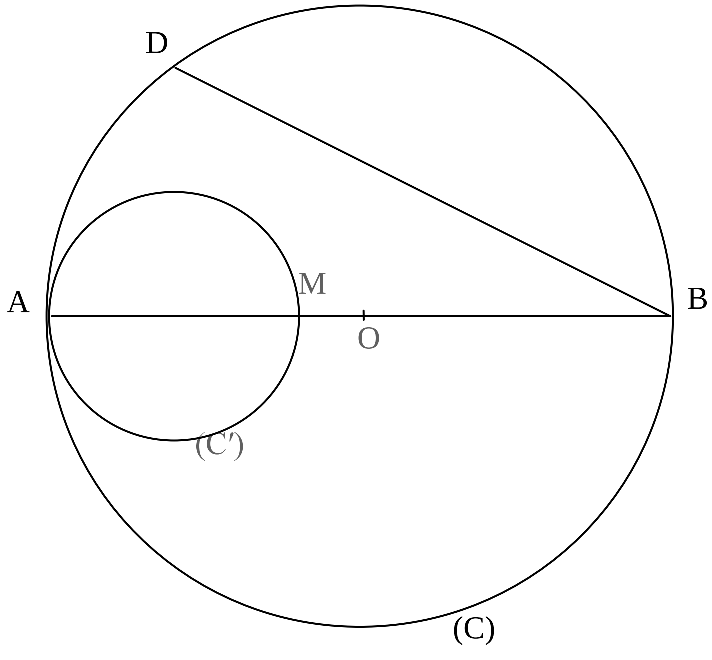
V- (6 points)

Consider in an orthonormal system of axes $x'Ox$, $y'Oy$, the points A(4 ; 2) , B(-2 ; -2) and the line (d) of equation $y = -x + 4$.

1) Draw (d) and plot A and B.
2) Calculate the coordinates of point G the midpoint of segment [OA].
3) a- Determine the equation of the straight line (OA).
   b- Let (Δ) be the perpendicular bisector of segment [OA].
   Show that the equation of (Δ) is $y = -2x + 5$.
4) Let M be the intersection point of the two straight lines (Δ) and (d).
   a- Justify that MO = MA.
   b- Calculate the coordinates of M .
   c- Prove that the triangle MOA is a right isosceles triangle.

5) Designate by N the image (translate) of M by the translation of vector $\overrightarrow{OB}$.
   Prove that NB = MA .

VI- (4 ½ points)



In the opposite figure, we have :

- AB = 8 cm
- (C) is the circle of diameter [AB] and center O.
- M is the point of segment [AO] such that AM = 3cm.
- (C') is the circle of diameter [AM]
- D is a point of (C) such that BD = 7 cm.
- (C) and (C') are tangent at A .

1) Reproduce the figure.

2) Justify that ADB is a right triangle and calculate, rounded to the nearest degree, the measure of angle ABD .

3) The straight line (AD) cuts circle (C') in a second point E. Prove that (BD) and (ME) are parallel, then calculate EM.

4) The common tangent at A to (C) and (C') cuts the straight line (BD) in N. Choose two triangles and prove that they are similar, then deduce that $AN^2 = ND \times NB$.

5) Let F be the point such that $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB}$.
   Prove that the quadrilateral DAFB is a rectangle. Deduce that F belongs to circle (C).

وزارة التربية والتعليم العالي
المديرية العامة للتربية
دائرة الامتحانات

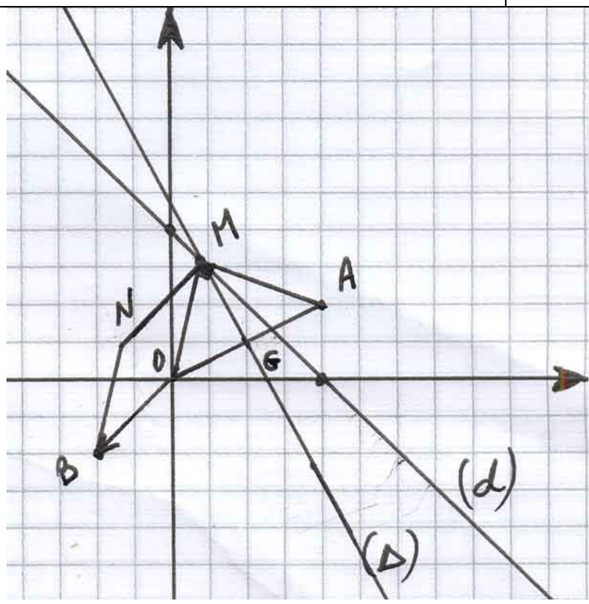
مادة الرياضيات

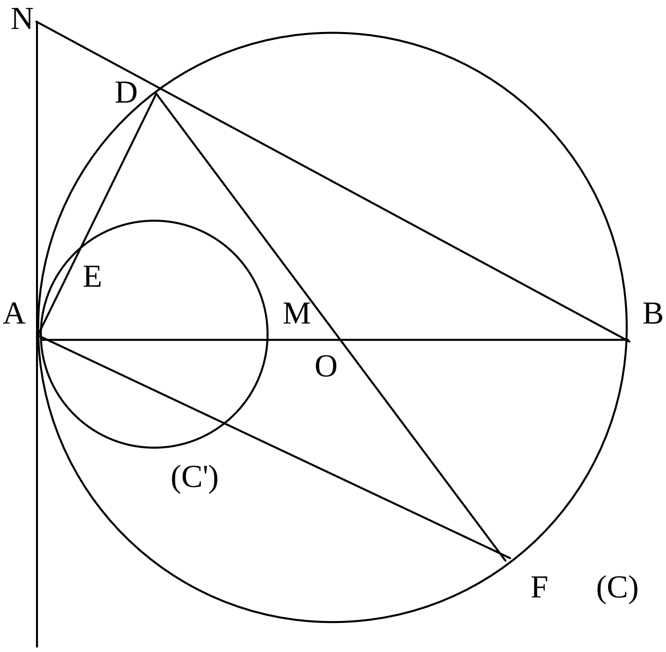
Barème - EB9

Question			Barème provisoire	Note
I	N° 1		La réponse correcte est b. Justification : $\frac{8}{15}+\frac{7}{15}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{15}+\frac{14}{45}=\frac{24+14}{45}=\frac{38}{45}$	
	N° 2		La réponse correcte est b. Justification : si x est le prix initial, au bout d'une année le prix est 1,1x x ; au bout de deux années le prix est 1,1 x (1,1 x) c'est-à-dire 1,21 x. Les prix auront augmenté de 21%.	
	N° 3		La réponse correcte est c. Justification : ABC est un triangle rectangle en A. Alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Or $AB^2 = 26$ cm^2 et et $AC^2 = 10$ cm^2. D'où $BC^2 = 26 + 10 = 36$ cm^2 et BC = 6 cm.	
II	1) 2)		$AB + BC = \sqrt{48} + \sqrt{108} = 4\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$ A, B et C sont alignés car AB + BC = AC	
III	1)		• AB + AC + BC = (2x + y) + (x + y) + (3x + y) = 6x + 3y. D'où 6x + 3y = 24. C'est la deuxième équation du système. • $\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{x+y}{2x+y}$ (ABC est rectangle en A) D'où $\frac{x+y}{2x+y} = \frac{3}{4}$, alors 4 (x + y) = 3 (2x + y). 4x + 4y = 6x + 3y. 2x – y = 0 C'est la deuxième équation du système.	
	2)	a)	Le système donné s'écrit $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 2x + y = 8. \end{cases}$ D'où 4 x = 8 et x = 2 x = 2 et 2x – y = 0, alors y = 4.	
		b)	AB = 8 , AC = 6 et BC = 10.	
IV	1)		A(x) = 0, alors (x + 3) (4x + 7) = 0 (x + 3) = 0 ou 4x + 7 = 0 x = -3 ou $x = -\frac{7}{4}$.	
	2)		B(x) = (x – 2) (x + 2) + (x – 2) (3x +5) = (x-2) (x+2+3x+5) B(x) = (x-2)(4x +7).	
	3-	a)	● $F(x) = \frac{x^2 - 2 + (x-2)(3x+5)}{(x+3)(4x+7)}$ ● F(x) est définie si l'on a: $x + 3 \neq 0$ et $4x + 7 \neq 0$, Alors : $x \neq -3$ et $x \neq -\frac{7}{4}$.	
		b)	• $F(x) = \frac{(x-2)+(4x+7)}{(x+3)(4x+7)} = \frac{x-2}{x+3}$	

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>• F (x) = 2 alors $\dfrac{x-2}{x+3} = 2$
$x - 2 = 2\,(x + 3)$
$x = -8$</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>c)</td><td>F (x) = -3 alors $\dfrac{x-2}{x+3} = -3$
$x - 2 = -3\,(x + 3)$
$x = -\dfrac{7}{4}$
F(x) n’est pas définie en $-\dfrac{7}{4}$, alors l’équation F(x) = - 3 n’admet pas de solution.</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">V</td><td>1)</td><td colspan="2">Pour tracer (d):

x	0	4
y	4	0

</td><td rowspan="3">
</td></tr>
<tr><td>2)</td><td colspan="2">$x_G = \dfrac{x_A + x_0}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$
$y_G = \dfrac{y_A + y_0}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$
G (2 ; 1)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3-</td><td>a)</td><td>L’équation de (0A) est de la forme y = ax.
Les coordonnées de A vérifient cette équation :
2 = 4a.
D’où $a = \dfrac{1}{2}$.
L’équation de (0A) est
$y = \dfrac{1}{2}x$</td></tr>
<tr><td>b)</td><td colspan="2">(Δ) n’est pas parallèle à y'y, alors son équation est de la forme
y = ax + b
(Δ) est perpendiculaire à (0A), alors $a \times \dfrac{1}{2} = -1$. D’où a = -2.
L’équation de (Δ) s’écrit alors y= - 2x + b.
(Δ) passe par G, alors $y_G = -2x_G + b$
$1 = -4 + b$
$b = 5$
L’équation de (Δ) est donc y = - 2x + 5.</td></tr>
</table>

V	4)	a)	M est un point de la médiatrice de [OA], alors M est équidistant de O et A. D'où MO = MA.
		b)	$\begin{cases} y = -2x + 5 \\ y = -x + 4 \end{cases}$ $-2x + 5 = -x + 4$, alors $x = 1$ et $y = 3$. d'où M (1 ; 3).
		c)	▪ Soit a le coefficient directeur de (OM) et a ' celui de (AM). $a = \dfrac{y_M - y_O}{x_M - x_O} = 3$, $a' = \dfrac{y_A - y_M}{x_A - x_M} = \dfrac{2-3}{4-1} = -\dfrac{1}{3}$. $a \times a' = -1$, alors (OM) est perpendiculaire à (AM). ▪ D'après 4 – a) : MO = MA , alors OMA est isocèle en M. ▪ D'où OMA est rectangle et isocèle.
	5)		N est le translaté de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{OB}$, alors $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{OB}$ et OMNB est un parallélogramme. D'où NB = MO. Comme on a MO = MA , alors NB = MA.
VI	1		
	2		▪ [AB] est un diamètre de (C) et D est un point de ce cercle, alors ADB est rectangle en D. ▪ $\cos \widehat{ABD} = \dfrac{BD}{AB} = \dfrac{7}{8}$. La calculatrice affiche 28° , 95502437. La mesure de l'angle $\widehat{ABD}$ arrondie au degré près est 29°.
	3		▪ [AM] est un diamètre de (C') et E est un point de ce cercle, alors AME est rectangle en E. ▪ (ME) ⊥ (AE) et (BD) ⊥ (AD), alors (ME) est parallèle à (BD). ▪ (DA) et (DB) se coupent en D , et (ME) est parallèle à (BD), alors et d'après la propriété de Thalès : $\dfrac{ME}{BD} = \dfrac{AM}{AB}$. D'où $ME = \dfrac{BD \times AM}{AB} = \dfrac{3 \times 7}{8}$. $ME = \dfrac{21}{8}$ cm.

	4)	▪ Choisissons les deux triangles ADN et BAN. ▪ ADN est rectangle en D et BAN est rectangle A, $\hat{N}$ est un angle commun à ces deux triangles. ▪ Ces deux triangles sont alors semblables car deux angles de l'un sont respectivement égaux à deux angles de l'autre. ▪ $\left.\begin{array}{l} ADN \\ \\ BAN \end{array}\right\} \dfrac{AD}{BA} = \dfrac{AN}{BN} = \dfrac{DN}{AN}$, alors $AN^2 = ND \times NB$.
	5)	▪ $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB}$, alors DAFB est un parallélogramme. Dans ce parallélogramme, $\widehat{ADB} = 90^o$. Alors DAFB est un rectangle. ▪ Dans le rectangle DAFB , $\widehat{AFB} = 90^o$. [AB] est un diamètre du cercle (C), alors F est sur ce cercle.