وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : إجتماع و إقتصاد	الدورة الإستثنائية للعام 2009
عدد المسائل : اربع	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	الاسم: الرقم:

ارشادات عامة :- يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات 0
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I- (4 points)

Le tableau suivant montre la relation entre le nombre d'années d'expérience et le salaire mensuel, en centaines de milliers de LL, des employés d'une compagnie.

(Nombre d'années d'expérience) : X_i	2	4	6	8	10
(Salaire en centaines de milliers de LL.) : Y_i	4,5	6	9	10	12

1) Calculer les moyennes $\overline{X}$ et $\overline{Y}$ des deux variables X et Y respectivement.

2) Représenter graphiquement le nuage de points (X_i ; Y_i) ainsi que le point moyen $G(\overline{X};\overline{Y})$ dans un repère orthogonal.

3) Déterminer une équation de la droite de régression $D_{Y/X}$ de y en x et tracer cette droite dans le repère précédent.

4) On suppose que le modèle précédent reste valable pendant 20 ans.
   a- Estimer le salaire d'un employé qui a 15 années d'expérience.
   b- Un employé commença à travailler dans cette compagnie à l'âge de 25 ans.
      A quel âge son salaire sera 2 000 000LL?
   c-A l'âge de 44 ans, cet employé commence un plan d'épargne en déposant dans une banque à la fin de chaque mois une somme de 500 000 LL. Le taux d'intérêt annuel est de 6% avec capitalisation mensuelle.
      Calculer le montant total dont il disposera à la retraite après 20 ans.

II- (4 points)

Soit (U_n) la suite définie par $U_0 = 1600$ et pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = 1{,}05\, U_n - 40$,
et soit (V_n) la suite définie par: $V_n = U_n - 800$.

1) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.

2) Calculer V_n en fonction de n. En déduire U_n en fonction de n.

3) Soient $T = V_0 + V_1 + ... + V_{10}$ et $S = U_0 + U_1 + ... + U_{10}$. Calculer T et en déduire S.

4) Le l^{er} octobre 2006, le nombre d'étudiants d'un établissement était 1600.
   Chaque année, avant le l^{er} octobre le nombre des étudiants augmente de 5 % et 40 étudiants quittent définitivement cet établissement.
   a- Préciser le nombre des étudiants dans cet établissement au l^{er} octobre 2007.
   b- 50 % des étudiants de l'établissement sont au cycle primaire .
      Sachant que le nombre d'étudiants dans une classe est 30, que sera le nombre de classes au cycle primaire le l^{er} octobre 2011 ?

III- (4 points)

Afin d'encourager les élèves à lire, un enseignant utilise deux urnes A et B telles que :
L'urne A contient 6 boules blanches et 5 boules rouges.
L'urne B contient 4 boules rouges et 7 boules vertes.
Il propose le jeu suivant:
L'élève tire au hasard une boule de l'urne A.

- Si la boule tirée est blanche l'élève ne reçoit rien.

- Si la boule tirée est rouge, l'élève tire au hasard une boule de l'urne B.
  - si elle est rouge, l'élève reçoit 10 livres.
  - si elle est verte, il tire sans remettre la boule dans B, une autre boule de B. Si cette dernière boule est rouge, il reçoit 5 livres, sinon il ne reçoit rien.

On considère les événements suivants :
F : « L'élève reçoit 10 livres ».
E : « L'élève reçoit 5 livres ».
N : «L'élève ne reçoit rien ».

1) Quelle est la probabilité de l'événement : « l'élève ne reçoit rien au tirage de l'urne A »?

2) Calculer la probabilité p(F) et montrer que $p(E) = \frac{14}{121}$.

3) Calculer p(N).

4) On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de livres reçus par l'élève.
Déterminer l'espérance mathématique E(X).

IV- (8 points)

A- Soit f la fonction définie sur $[\,0\,;+\infty\,[$ par $f(x) = (2x + 1)\,e^{-x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,)$.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) Montrer que $f\,'(x) = (-2x + 1)\,e^{-x}$.

3) Dresser le tableau de variations de la fonction f.

4) Calculer f (2) et f (3) à 10^{-2} près.

5) Tracer (C).

B- La fonction de demande d'un certain article est modélisée, en milliers d'articles, par $f(x) = (2x + 1)\,e^{-x}$ où x est le prix d'un article exprimé en milliers de LL. $(0,5 \le x \le 10)$.

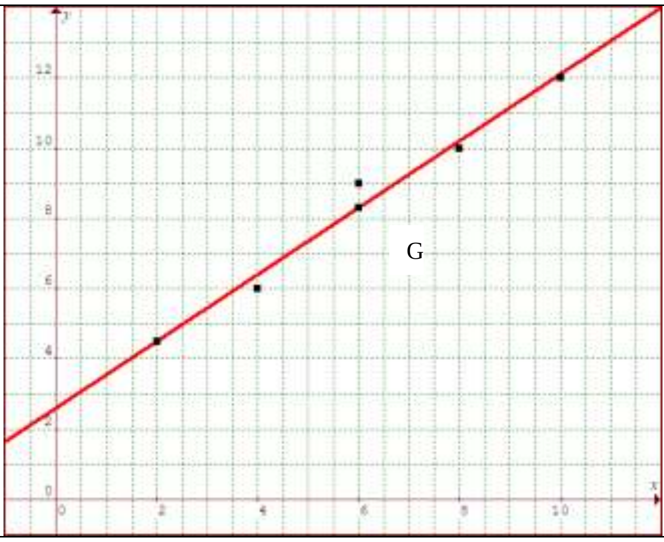
1) Déterminer la demande lorsque le prix d'un article est 3 000 LL.

2) Déterminer l'élasticité de la demande en fonction du prix.

3) La demande est-elle élastique pour x =2 ? Justifier la réponse.
Donner une interprétation économique au résultat trouvé.

4) La direction de l'usine qui produit cet article a remarqué que l'offre est modélisée par la fonction h définie sur [0,5 ; 10] par $h(x) = (3x - 1)\,e^{-x}$ .Cette direction a besoin de stocker une certaine quantité pour la haute saison.
Quels sont les prix qui réalisent la condition $h(x) > f(x)$?

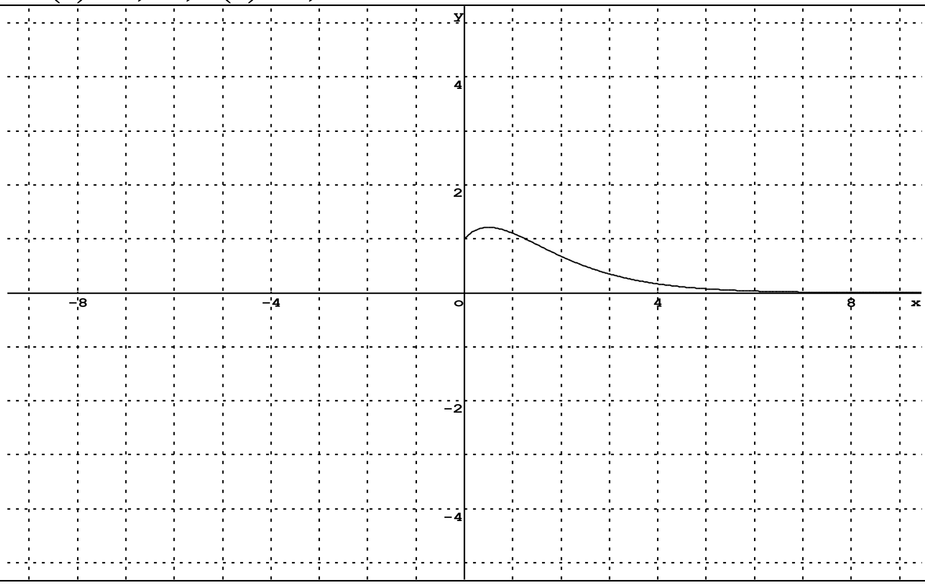
وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : إجتماع و إقتصاد	الدورة الإستثنائية للعام 2009
مشروع معيار التصحيح	مسابقة في مادة الرياضيات	

QI	Corrigé	Note
1	$\overline{X} = 6$; $\overline{Y} = 8,3$.	0.5
2		1
3	y = 0,95x+2,6 ; Tracé de la droite.	1.5
4a	Pour X=15 ,Y=16,85 ; le salaire est 1 685 000 LL.	1
4b	0,95X+2,6 = 20 d'ou X = 18,316 Donc après 19 ans le salaire sera 2 000 000 LL. L'âge de cet employé sera 44 ans.	1.5
4c	$n = 20\times12 = 240$; $i = \frac{6}{100\times12} = 0,005$ $V_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i} = 500\ \ 000\frac{(1,005)^{240} - 1}{0,005} = 231\ \ 020\ \ 447,6LL.$ Le montant total est 231 020 447,6LL.	1.5

QII	Corrigé	Note
1	$V_{n+1} = U_{n+1} - 800 = 1,05\ U_n - 840 = 1,05(U_n - 800) = 1,05\ V_n$. Donc (V_n) est une suite géométrique de raison q = 1,05 et de 1^{er} terme $V_0 = U_0 - 800 = 1600 - 800 = 800$.	1.5
2	$V_n = V_0 . q^n = 800\ (1,05)^n$ et $U_n = V_n + 800 = 800(1,05)^n + 800$.	1.5
3	$T = V_0 . \frac{1-q^{11}}{1-q} = 800\frac{1-(1,05)^{11}}{1-1,05} = 11365$ $U_0 = V_0 + 800$; $U_1 = V_1 + 800$ --------------- $U_{10} = V_{10} + 800$ $S = T + 11\times800 = 20165$	1.5
4 a	Le nombre des étudiants est : 1600(1+ 0,05) - 40 = 1640 étudiants.	1
4 b	$U_5 = 800(1,05)^5 + 800 = 1821$. [1821÷2]÷30 = 30,25 ; soit 31 classes.	1.5

QIII	Corrigé	Note
1	P(de ne rien reçoit au premier tirage) est la probabilité que l'élève tire une boule blanche de l'urne A qui est $\frac{6}{11}$.	1

2	$p(F) = \frac{5}{11} \times \frac{4}{11} = \frac{20}{121} = 0{,}165$; $p(E) = \frac{5}{11} \times \frac{7}{11} \times \frac{4}{10} = \frac{14}{121} = 0{,}12$	3
3	Les événements E, F et N forment une partition Par suite $p(N) = 1 - p(E) - p(F) = 1 - \frac{20}{121} - \frac{14}{121} = \frac{87}{121} = 0{,}72$	2
4	Les valeurs de X sont 0 , 5 et 10. L'espérance mathématique de ce gain est $E(X) = 0 \times 0{,}72 + 5 \times 0{,}12 + 10 \times 0{,}165 = 2{,}25$	1

QIV	Corrigé	Note
A1	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} (2x+1)\,e^{-x} = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{2x}{e^x} + e^{-x}\right) = 0$ la droite d'équation y = 0 est asymptote à (C).	1.5
A2	$f'(x) = 2(e^{-x}) + (-e^{-x})(2x+1) = (-2x+1)e^{-x}$	1
A3	$f'(x) = 0$ lorsque $x = \frac{1}{2}$ car $e^{-x} > 0$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \frac{1}{2} & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & 1 & \nearrow & 2e^{-1/2} & \searrow & 0 \end{array}$	2
A4	f (2) = 0,67 ; f (3) = 0,34 .	1
A5		1.5
B1	f(3) = 0,34 ; la demande est 0,34×1000 = 340 articles.	1.5
B2	$e(x) = x \times \frac{d'(x)}{d(x)} = x \times \frac{(-2x+1)e^{-x}}{(2x+1)e^{-x}} = \frac{x(-2x+1)}{(2x+1)}$	2
B3	$e(2) = \frac{2(-4+1)}{4+1} = \frac{6}{-5} = -1{,}2$, alors la demande est élastique pour x = 2 car e(2) < –1 Ce qui signifie que : à une hausse du prix de 1 %, à partir du prix unitaire de 2000 LL, correspond une baisse de la demande de 1,2 %.	2
B4	$h(x) > f(x)$ lorsque $(3x-1)e^{-x} > (2x+1)\,e^{-x}$ ou $3x - 1 > 2x + 1$ c.-à-d. $x > 2$. D'où $2 < x \leq 10$ donc les prix sont entre 2 000 et 10 000 LL ou égal à 10 000LL.	1.5