دورة سنة 2009 العادية	امتحانات الشهادة الثانوية العامة فرع الإجتماع والإقتصاد	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات
الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	عدد المسائل: اربع

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة)

I- (4 points)

Le tableau ci-dessous donne les chiffres d'affaires y_i exprimés en **milliards** de LL d'une entreprise durant six années consécutives :

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaires y_i	150	180	200	225	265	300

1) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points $(x_i ; y_i)$ associé à cette série.

2) Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série et placer ce point dans le même repère.

3) Déterminer une équation de la droite de régression $(D_{y/x})$ de y en x.
Tracer cette droite dans le repère précédent.

4) On suppose que l'évolution du chiffre d'affaires suit le même modèle jusqu'en 2015.
a- Quel est le chiffre d'affaires en 2010 ?
b- A partir de quelle année le chiffre d'affaires de cette entreprise dépassera-t-il pour la première fois 450 milliards de LL ?

II- (4 points)

Une usine produit des montres. Avant d'être proposée à la vente, chaque montre subit un test.
Si le test est positif, c'est-à-dire si la montre fonctionne bien, elle sera proposée à la vente.
Si le test est négatif, la montre sera réparée avant de subir un autre test. Si ce dernier est positif, elle sera proposée à la vente, sinon elle sera détruite.
On a constaté que :

- pour **80%** des montres le 1er test est positif ;
- pour **60%** des montres **réparées** le second test est positif.

On choisit au hasard une montre de la production .

1) Démontrer que la probabilité qu'elle soit détruite est 0,08.

2) Déterminer la probabilité qu'elle soit proposée à la vente.

3) Le coût de production d'une montre est de 40 000LL avec un supplément de10 000LL si elle a besoin de réparation.
Chaque montre est vendue à 70 000LL.
Soit X la variable aléatoire égale au **profit** réalisé par l'usine pour la vente d'une montre.
a- Vérifier que les trois valeurs possibles de X sont : – 50 000 ; 20 000 et 30 000.
b- Déterminer la loi de probabilité de X.
c- Calculer l'espérance mathématique E(X).
d- On suppose que la production quotidienne est de 50 montres. Estimer le profit quotidien de l'usine.

III- (4 points)

Une usine a produit 3500 tonnes de ciments, au cours de l'année 1990.
La production a ensuite diminué régulièrement de 15% par an jusqu'à la fin de l'année 2000.
On note U_n la production en tonnes de cette usine au cours de l'année (1990 + n), ainsi $U_0 = 3500$.

1) Vérifier que $U_{1}= 2975$ et calculer U_2.

2) a- Montrer que la suite (U_n) est géométrique et déterminer sa raison.
b- Exprimer, pour $n \leq 10$, U_n en fonction de n et calculer la production de cette usine au cours de l'année 2000.

3) Après l'année 2000, la production de cette usine augmente régulièrement de 15% par an.
a- Calculer U_{11}.
b- Sachant que $U_n = 3500 \times (0{,}85)^{10} \times (1{,}15)^{n-10}$ pour $n \geq 11$.
A partir de quelle année, la production annuelle de l'usine sera-t-elle supérieure ou égale à celle de l'année 1990 ?

IV- (8 points)

Soit g la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $g(x) = (x-1)e^{-x} + 1$.

A-

1) a- Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ et calculer g(0) et g(2).
b- Vérifier que $g'(x) = (2-x)e^{-x}$ et dresser le tableau de variations de g.
c- Montrer que $g(x) \geq 0$ pour tout $x \geq 0$.

2) Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = x + 1 - xe^{-x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
a- Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et montrer que la droite (d) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à la courbe (C).
b- Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (C) et (d) et démontrer que pour $x>0$, (C) est au dessous de (d).
c- Montrer que $f'(x) = g(x)$ et dresser le tableau de variations de f.
d- Tracer (d) et (C).

B-

Une entreprise industrielle fabrique chaque semaine x **centaines** d'objets ($0 \leq x \leq 9$).
Le coût total de fabrication de ces x **centaines** d'objets est donné par $f(x) = x + 1 - xe^{-x}$ exprimé en **millions** de LL.

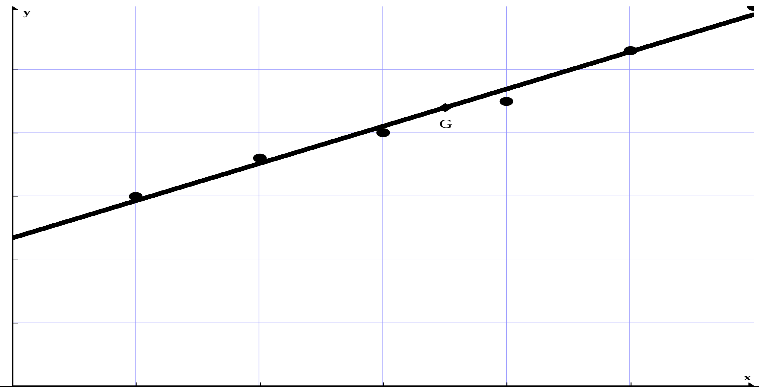
1) Déterminer les coûts fixes de l'entreprise en une semaine.

2) Déterminer le coût marginal de la production de x centaines d'objets.

3) Calculer le coût marginal pour une production de 700 objets et donner une interprétation économique de la valeur obtenue.

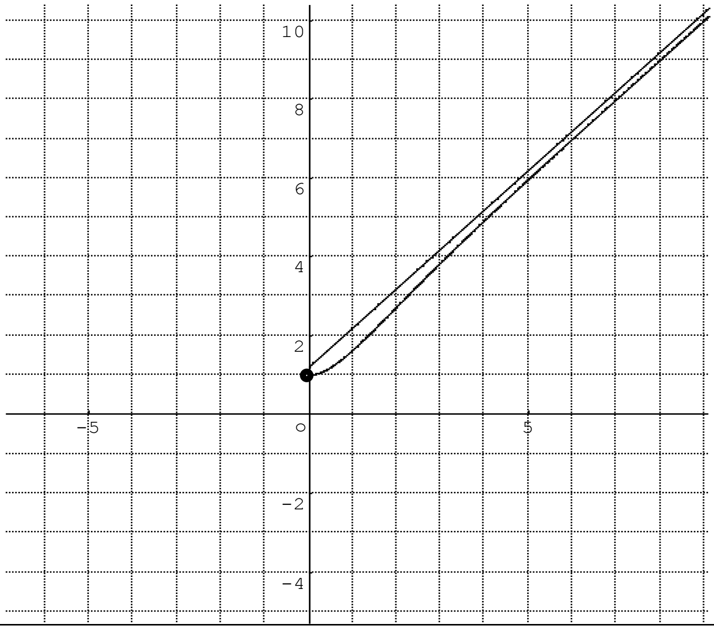
4) Pour quelle production le coût marginal est-il maximal ?
Calculer dans ce cas le coût total en une semaine.

وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات	امتحانات الشهادة الثانوية العامة فرع الإجتماع والإقتصاد	دورة سنة 2009 العادية
مشروع معيار التصحيح	مادة الرياضيات	

QI	Corrigé	Note
1		1
2	$\overline{x} = 3{,}5$ et $\overline{y} = 220$ G (3,5 ; 220)	1
3	$y = 29{,}428x + 117$	1.5
4a	Le rang de 2010 est 9. $y = 29{,}428(9) + 117 = 381{,}852$ Le chiffre d'affaires en 2010 est 381,852 milliards de LL	1.5
4b	$29{,}428x + 117 > 450$; $29{,}428x > 333$; $x > 11{,}31$; soit $x \geq 12$. En 2013 le chiffre d'affaires dépassera pour la 1^{ere} fois 450 milliards de LL.	2

QII	Corrigé	Note
1	Soit D l'événement : la montre est détruite D est réalisé si les deux tests sont négatifs d'où $P(D) = 0{,}2 \times 0{,}4 = 0{,}08$.	1
2	Soit V l'événement : la montre est proposée à la vente $P(V) = 0{,}8 + 0{,}2 \times 0{,}6 = 0{,}92$ **OU** $P(V) = 1 - P(D) = 1 - 0{,}08 = 0{,}92$.	1
3a	Les valeurs possibles de X sont : – 40 000 – 10 000 = -50000 (détruite) ; 70 000 – 50 000 = 20000(réparée) ; 70 000 – 40 000 = 30000 (non réparée).	1
3b	<table><tr><td>x_i</td><td>-50000</td><td>20000</td><td>30000</td></tr><tr><td>$P(X = x_i)$</td><td>0,08</td><td>0,12</td><td>0,8</td></tr></table>	2
3c	$E(X) = -50000 \times 0{,}08 + 20000 \times 0{,}12 + 30000 \times 0{,}8 = 22400.$	1
3d	Le profit quotidien de l'usine est $22400 \times 50 = 1120000$LL.	1

QIII	Corrigé	Note
1	$U_1 = 3500\,(1 - 0{,}15) = 2975$. $U_2 = 2975\,(1 - 0{,}15) = 2528{,}75$.	1
2a	(U_n) est une suite géométrique de raison q = 0,85.	1.5
2b	$U_n = 3500\,(0{,}85)^n$ pour $n \leq 10$. $U_{10} = 3500\,(0{,}85)^{10} = 689{,}06$ tonnes.	1.5
3a	$U_{11} = U_{10}\,(1 + 0{,}15) = 792{,}41$	1
3b	$3500\,(0{,}85)^{10} \times (1{,}15)^{n-10} \geq 3500 \Rightarrow (1{,}15)^{n-10} \geq (0{,}85)^{-10}$ $(n - 10)\ln(1{,}15) \geq -10\ln(0{,}85)$. D'où $n \geq 21{,}6$ et par suite n = 22. Donc à partir de l'année 2012, la production de l'usine sera supérieure ou égale à celle de l'année 1990.	2

QIV	Corrigé	Note
A1a	$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} (xe^{-x} - e^{-x} + 1) = 1.$ g(0) = 0 ; g(2) = e^{-2} + 1 = 1,135	1
A1b	g '(x) = (2 – x) e^{-x} sur [0, + ∞[. $$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline g'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline g(x) & 0 & \nearrow & e^{-2}+1 & \searrow & 1 \end{array}$$	1.5
A1c	La fonction g croît de 0 à (e^{-2}) + 1 puis décroît jusqu'à 1. Donc g(x) ≥ 0.	1.5
A2a	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - y] = \lim\limits_{x\to+\infty} -xe^{-x} = 0.$ Donc la droite (d) est asymptote à la courbe (C).	1
A2b	$f(x) - y = -xe^{-x} = 0$ pour $x = 0$. (C) rencontre (d) en (0,1). $f(x) - y = -xe^{-x} < 0$ pour tout x> 0. La courbe (C) est au-dessous de la droite (d).	1
A2c	f '(x)=1-e^{-x}+xe^{-x} =(x-1)e^{-x}+1=g(x) . $$\begin{array}{c\|ccc} x & 0 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & \\ \hline f(x) & 1 & \nearrow & +\infty \end{array}$$	1.5
A2d		1.5
B1	f(0) = 1, donc les coûts fixes de l'entreprise en une semaine s'élèvent à 1 000 000LL	1
B2	Le coût marginal de la production de x centaines d'objets est f '(x) = g(x).	1
B3	g(7)=(7– 1)e^{-7} +1. g(7) = 6 e^{-7} +1 = 1, 005471. Le coût de production de la 8^{eme} centaine est 1 005 471 LL.	1.5
B4	Le coût marginal est maximal pour x = 2, donc pour une production de 200 objets f(2) = 3 – 2 e^{-2} = 2,729 ; Le coût total est alors 2,729 × 1 000 000 =2 729 000LL.	1.5