وزارة التربية والتعليم العالي
المديرية العامة للتربية
دائرة الامتحانات

الشهادة المتوسطة

الدورة العادية للعام 2009

مسابقة في مادة الرياضيات	الاسم:
المدة ساعتان	الرقم:

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة .

I- (2 points)

On donne $A = 2\sqrt{27} + 3\sqrt{75} - 3\sqrt{48}$ et $B = \dfrac{22}{\sqrt{18} - \sqrt{8}}$

1) Ecrire A sous la forme $a\sqrt{3}$ et B sous la forme $b\sqrt{2}$ où a et b sont deux entiers.
2) comparer A et B et justifier.
3) Démontrer que $A - B = \dfrac{1}{A + B}$.

II- (2 points)

Les questions 1) et 2) de cet exercice sont indépendantes.

1) Parmi les 30 élèves d'une classe, 40 % sont des garçons. Parmi les 20 élèves d'une autre classe, 60 % sont des garçons.
   On réunit les élèves de ces deux classes dans la salle de sport.
   Calculer le nombre et le pourcentage des garçons dans cette salle.

2) Un commerçant augmente les prix de tous les articles de 20 % :
   On désigne par x le prix d'un objet avant l'augmentation et par y son prix après l'augmentation.
   a. Exprimer y en fonction de x.
   b. Une calculatrice coûte, après l'augmentation 30000LL.
      Quel était son prix avant l'augmentation?

III- (3 points)

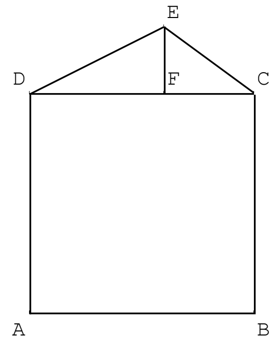
Un premier bouquet de fleurs est composé de 3 roses et 4 tulipes et il coûte 4800 LL.
Un deuxième bouquet est composé de 5 roses et 6 tulipes et il coûte 7500 LL.
On désigne par x le prix d'une rose et par y le prix d'une tulipe.

1) Ecrire un système de deux équations traduisant les informations précédentes.
2) Résoudre, en écrivant les étapes suivies, le système obtenu et dire quel est le prix d'une rose et celui d'une tulipe.
3) Un client achète un bouquet formé de 10 fleurs et il paye 6450 LL. Calculer le nombre des roses et celui des tulipes dans ce bouquet.

IV- (3 points)

On donne $P(x) = (x+9)^2 - 3(x-1)(x+9)$.

1) Factoriser $P(x)$.
2) Dans la figure ci-contre, où l'unité de longueur est le centimètre, ABCD est un carré, DEC est un triangle tel que $CF = 9$, $DF = x$ et la hauteur $EF = x - 1$ avec $x > 1$. Calculer x pour que l'aire du carré soit égale à 6 fois l'aire du triangle CED.



V- (5 points)

On considère dans un repère orthonormé d'axes x'ox et y'oy la droite (d) d'équation $y = 3x + 2$ et les deux points $A(1\,;5)$ et $B(-2\,;-4)$.

1) Montrer que les points A et B appartiennent à la droite (d).
2) Placer A et B et tracer (d).
3) Soit (d') la médiatrice de [AB] et H le milieu de [AB].
   a. Calculer les coordonnées de H.
   b. Déterminer l'équation de (d').
4) Soit $M(-5; 2)$ un point de (d').
   a. On donne $MA = 3\sqrt{5}$. Justifier que $MB = 3\sqrt{5}$.
   b. Calculer AB et déduire que AMB est un triangle rectangle isocèle.
5) On désigne par P le point de (d') distinct de M tel que $AP = AM$.
   a. Placer P, et montrer que $BP = BM$.
   b. Quelle est la nature du quadrilatère MAPB ? Justifier.

VI- (5 points)

On considère un cercle (C) de centre O, de diamètre [AB] et de rayon 2 cm. T est un point de (C) tel que $AT = 2$ cm, et M est le symétrique de O par rapport à A.

1) a. Faire une figure.
   b. Prouver que (MT) est tangente à (C).
   c. Calculer MT.
   d. Prouver que MTB est un triangle isocèle.

2) E est le point d'intersection de (MT) avec la tangente en B à (C).
   a. Prouver que T est le milieu de [EM].

   b. (TO) rencontre (C) en F, calculer EF.

   c. Calculer l'angle $\widehat{EFT}$ à un degré près.
3) N est un point variable de (C) et S est l'image de N par la translation de vecteur $\overrightarrow{AM}$.
   a. Prouver que ASNO est un losange.
   b. K est le milieu de [MS], prouver que K varie sur un cercle fixe dont on déterminera un diamètre.

I- (2 points)

Partie de la Q.	Corrigé	Note
1	$A=9\sqrt{3}$, $B=11\sqrt{2}$	**1**
2	A>B	**0.5**
3	$A^2=243; B^2=242; A^2-B^2=1$	**0.5**

II- (2 points)

1	Nombre de garçons dans la salle est : $\frac{30\times 40}{100}+\frac{20\times 60}{100}$ = 24. Le pourcentage des garçons est : $\frac{24}{50}\times 100$ = 48 soit 48 %.	**1**
2.a	y = 1,2 x.	**0.50**
2.b	Le prix était: $\frac{30000}{1,2}$ = 25000 LL.	**0.50**

III- (3 points)

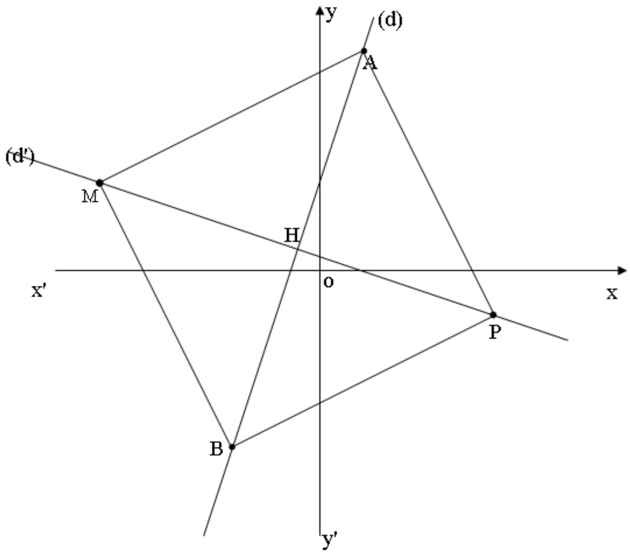
1	$\begin{cases} 3x+4y=4800 \\ 5x+6y=7500 \end{cases}$	**0.75**
2	x = 600 et y = 750 Le prix d'une rose est 600 LL et celui d'une tulipe est 750 LL.	**1**
3	le nombre de roses est 7 et celui des tulipes est 3.	**1.25**

IV- (3 points)

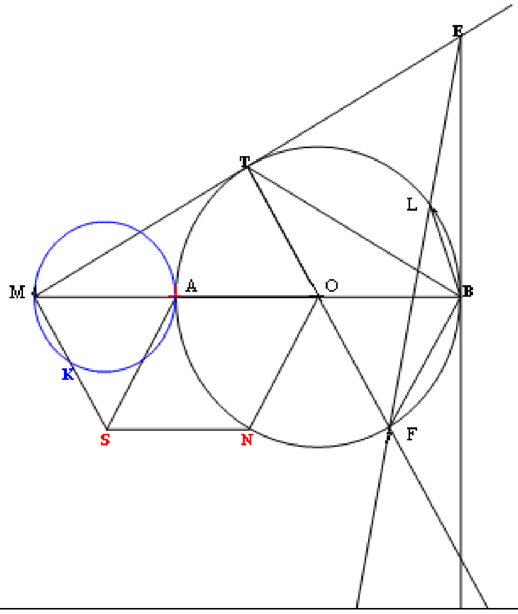
1	P(x) = (x + 9) (– 2x + 12) = -2(x+9)(x-6)	**1**
2	l'aire du carré = $(x + 9)^2$; 6 fois l'aire du triangle CED = 3(x – 1) (x + 9). P(x) = 0 x = – 9 inacceptable x = 6 acceptable	**2**

V- (5 points)

Partie de la Q.	Corrigé	Note
1	A est un point de (d) ; B est un point de (d).	0.50
2	(d)est (AB)	0.50
3.a	H $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.	0.50
3.b	a'= $-\frac{1}{3}$ et (d') passe par H ; y = $-\frac{1}{3}$ x + $\frac{1}{3}$.	1
4.a	MA=$3\sqrt{5}$ = MB	0.50
4.b	AB^2 = 90 d'où AB=$\sqrt{90}=3\sqrt{10}$, MAB est un triangle rectangle isocèle.	0.75
5.a	MA = MB = $3\sqrt{5}$ = AP et P est sur (d') d'où PA = PB d'où PB = BM.	0.75
5.b	MAPB est un carré	0.50

VI- (5 points)

1.a		0.50
1.b	Dans le triangle MTO, [TA] est la médiane et TA = 2 = $\frac{1}{2}$ MO. Donc, MTO est rectangle en T et (MT) est tangente à (C).	0.75
1.c	$MT^2 = MO^2 - OT^2 = 16 - 4 = 12$, $MT = 2\sqrt{3}$.	0.50
1.d	$TB = MT = 2\sqrt{3}$, alors le triangle MTB est isocèle de sommet T.	0.50
2.a	TAO est un triangle équilatéral. $\widehat{ETB} = \widehat{EBT} = \widehat{TAB} = 60^o$. Donc, le triangle ETB est équilatéral. D'où, ET = BT, mais BT = TM, donc TE = TM. Alors T est le milieu de [EM].	0.75
2.b	$EF^2 = ET^2 + TF^2 = 12 + 16 = 28$; alors, $EF = 2\sqrt{7}$.	0.50
2.c	$\widehat{TFE} \approx 41^o$ ou 40^o	0.50
3.a	ASNO est un parallélogramme avec OA = ON, donc c'est un losange.	0.50
3.b	MAS est un triangle isocèle et [AK] est la médiane, alors $\widehat{AKM} = 90^o$. Donc, K varie sur le cercle de diamètre [AM].	0.50