الدورة الإستثنائية للعام 2011	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : علوم الحياة	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات
الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة:ساعتان	عدد المسائل: اربع

ارشادات عامة :- يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
-يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة).

I-(4 points)

Dans le tableau suivant une des réponses proposées à chaque question est correcte. Ecrire le numéro de chaque question et donner en justifiant la réponse correspondante.

N°	Question	Réponses		
		a	b	c
1	La forme exponentielle de $z=-\sin\theta+i\cos\theta$ est	$e^{i\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$	$e^{i\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)}$	$e^{i\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}$
2	Si $z=\dfrac{\cos\theta-i\sin\theta}{\cos\theta+i\sin\theta}$ alors $\bar{z}=$	$e^{2i\theta}$	$e^{-2i\theta}$	1
3	Si $z_A=1-2i, z_B=2+3i$ et $z_C=4$ alors le triangle ABC est	rectangle et non isocèle	isocèle et non rectangle	rectangle et isocèle
4	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x \ln(t+1)dt}{e^x-1}=$	1	0	$+\infty$
5	$\int \cos^2 x dx =$	$\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{4}+c$	$\frac{\cos^3 x}{3}+c$	$\frac{x}{2}+\frac{\sin 2x}{4}+c$

II- (4 points)

Dans l'espace rapporté au repère orthonormé direct $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points A (4 ; 0 ; 0),

B (0 ; 6 ; 0), C (0 ; 0 ; 4) et E (2 ; 3 ; 0).

1) Montrer que le point E appartient à la droite (AB).
2) Soit (P) le plan passant par E et parallèle aux deux droites (OB) et (AC).
   Montrer qu'une équation de (P) est x + z –2 = 0.
3) Ecrire un système d'équations paramétriques de la droite (BC).
4) Le plan (P) coupe les droites (BC), (OC) et (OA) respectivement en F, G et H.
   Montrer que F a pour coordonnées (0 ; 3 ; 2) et préciser les coordonnées respectives de G et H.
5) a-Démontrer que EFGH est un rectangle.
   b- Soit Γ le cercle circonscrit au rectangle EFGH et (T) la droite du plan (P) tangente en E à Γ.
   Déterminer un système d'équations paramétriques de (T).

III- (4 points)

Une urne contient 8 boules :

- 4 boules blanches portant chacune le nombre 0 ;
- 3 boules rouges portant chacune le nombre 5 ;
- 1 boule blanche portant le nombre 2.

On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne.

Soit les évènements suivants :

A : « les trois boules tirées portent des nombres pouvant former le nombre 200».

B : « les trois boules tirées portent des nombres identiques».

C : « les trois boules tirées sont blanches».

D : « les trois boules tirées sont de même couleur.

1) Montrer que la probabilité p(A) est égale à $\frac{3}{28}$ et calculer p(B), p(C) et p(D).

2) Déterminer la probabilité pour que parmi les trois boules tirées une seule porte le nombre 0.

3) Les trois boules tirées sont blanches ; calculer la probabilité que les nombres portés par ces boules peuvent former le nombre 200.

4) Soit X la variable aléatoire égale au produit des trois nombres portés par les trois boules tirées.

a- Donner les trois valeurs possibles de X.

b- Déterminer la loi de probabilité de X.

IV-(8 points)

A- Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=x+\ln x$.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$.
2) Dresser le tableau de variations de g.
3) Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique α et vérifier que $0,5<\alpha<0,6$.
4) Déterminer suivant les valeurs de x le signe de g(x).

B- On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=x\left(2\ln x+x-2\right)$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

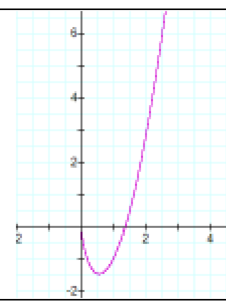
1) Calculer $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et déterminer f(e).
2) Démontrer que $f(\alpha)=-\alpha\left(\alpha+2\right)$.
3) Vérifier que $f'(x)=2g(x)$ et dresser le tableau de variations de f.
4) Tracer (C). (0n prendra α = 0,55).
5) Utiliser une intégration par parties pour calculer $\int_{0,5}^{1} x\ln x\,dx$ et déduire l'aire du domaine limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les deux droites d'équations $x=0,5$ et x =1.
6) La courbe (C) coupe l'axe des abscisses en un point d'abscisse 1,37.
   On désigne par F une primitive de f sur $]0;+\infty[$, déterminer suivant les valeurs de x, les variations de F.

وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : علوم الحياة مشروع معيار التصحيح	الدورة الإستثنائية للعام 2011

QI	Corrigé	N
1	$z=-\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=e^{i\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}$. (c)	0.5
2	$z=\frac{e^{-i\theta}}{e^{i\theta}}=e^{-2i\theta}\Rightarrow\overline{z}=e^{2i\theta}$. (a)	0.5
3	$AB=\lvert z_B-z_A\rvert=\lvert 1+5i\rvert=\sqrt{26}$, $AC=\lvert z_C-z_A\rvert=\lvert 3+2i\rvert=\sqrt{13}$, $BC=\lvert 2+3i\rvert=\sqrt{13}$. ABC est rectangle isocèle. (c)	1
4	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^x \ln(t+1)dt}{e^x-1}=\frac{0}{0}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{e^x}=0$. (b)	1
5	$\int\cos^2 x dx=\int\frac{1+\cos 2x}{2}dx=\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\sin 2x+c$. (c)	1

QII	Corrigé	Note
1	(AB) : $\begin{cases}x=-2t+4\\y=3t\\z=0\end{cases}$ pour $t=1$: $x=2, y=3$ et $z=0$. Donc E appartient à (AB).	0.5
2	$\overrightarrow{n_P}$ est parallèle à $\overrightarrow{OB}\wedge\overrightarrow{AC}$, donc $\overrightarrow{n_P}(1;0;1)$. (P) : x + z + r = 0 ; E (2 ; 3 ; 0) est un point de (P), d'où r = – 2 ; (P) : x +z – 2 =0.	0.5
3	$\overrightarrow{BC}(0;-6;4)$ et B est un point de (BC), d'où (BC) : $x=0; y=-3m+6; z=2m$ où m est un paramètre réel.	0.5
4	$x_F+z_F-2=0+2-2=0$ d'où F est un point de (P). pour m = 1, F (0 ; 3 ; 2) est un point de (BC). $x_G=y_G=0$ et G est un point de (P), donc $z_G=2$ d'où G (0 ; 0 ; 2). $y_H=z_H=0$ et H est un point de (P), donc $x_H=2$ d'où H (2 ; 0 ; 0).	1
5a	**<u>Géométriquement</u>** (EF) est parallèle à (AC) qui est parallèle à (GH), donc (EF) est parallèle à (GH). (EH) est parallèle à (OB) et (GF) est parallèle à (OB), donc (EH) est parallèle à (GF). Par suite EFGH est un parallélogramme. De plus $(OB)\perp(AC)\Rightarrow(EH)\perp(EF)$ donc c'est un rectangle. **<u>Par le calcul</u>** $\overrightarrow{EF}(-2;0;2)$, $\overrightarrow{HG}(-2;0;2)$ donc $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{HG}$. $\overrightarrow{FG}(0;-3;0)$ et $\overrightarrow{FG}.\overrightarrow{HG}=0\Rightarrow(FG)\perp(HG)$. d'où EFGH est un rectangle.	0.5
5b	$\overrightarrow{EG}\wedge\overrightarrow{n_P}(-3;4;3)$ est un vecteur de (T) d'où : $x=-3\lambda+2$; $y=4\lambda+3$; $z=3\lambda$.	1

QIII	Corrigé	Note
1	$p(A)=\frac{C_4^2\times C_1^1}{C_8^3}=\frac{3}{28}$. $p(B)=\frac{C_3^3}{C_8^3}+\frac{C_4^3}{C_8^3}=\frac{5}{56}$, $p(C)=\frac{C_5^3}{C_8^3}=\frac{5}{28}$, $p(D)=\frac{C_5^3}{C_8^3}+\frac{C_3^3}{C_8^3}=\frac{3}{7}$.	1.5
2	$p(\text{Une seule boule porte } 0)=\frac{C_4^1\times C_4^2}{C_8^3}=\frac{3}{7}$.	0.5
3	$p(A/C)=\frac{C_1^1\times C_4^2}{C_5^3}=\frac{3}{5}$	0.5
4a	$X(\Omega)=\{0,\ 50,\ 125\}$	0.5
4b	$p(X=50)=p(\{2,5,5\})=\frac{C_1^1\times C_3^2}{C_8^3}=\frac{3}{56}$ $\quad p(X=125)=p(\{5,5,5\})=\frac{1}{56}$. $p(X=0)=\frac{C_4^1\times C_4^2+C_4^2\times C_4^1+C_4^3}{56}=\frac{13}{14}$ Ou $1-\frac{C_4^3}{56}=\frac{13}{14}$.	1

QIV	Corrigé	Note
A1	$\lim\limits_{x\to 0} g(x)=-\infty,\quad \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$	0.5
A2	$g'(x)=\frac{1}{x}+1$ $\quad \begin{array}{c\|ccc} x & 0 & & +\infty \\ \hline g'(x) & & + & \\ \hline g(x) & -\infty & \nearrow & +\infty \end{array}$	1
A3	g est continue et strictement croissante sur son domaine et change de signe donc l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α. Or $g(0,5) = -0,193$ et $g(0,6) = 0,089$ donc $0,5 < \alpha < 0,6$.	1
A4	$g(x) > 0$ pour $x > \alpha$, $g(x) < 0$ pour $x < \alpha$ et $g(x) = 0$ pour $x = \alpha$.	0.5
B1	$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\left(2x\ln x+x^2-2x\right)=0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ puisque $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2-2x\right)=+\infty$ $\quad f(e)=e^2$.	1
B2	$f(\alpha)=\alpha\left(2\ln\alpha+\alpha-2\right)=\alpha\left(-2\alpha+\alpha-2\right)=-\alpha\left(\alpha+2\right)$	0.5
B3	$f'(x)=2\ln x+x-2+x\left(\frac{2}{x}+1\right)=2(\ln x+x)=2g(x)$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \alpha & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & 0 & \searrow & -\alpha(\alpha+2) & \nearrow & +\infty \end{array}$ B4 	1 1
B5	$u=\ln x,\quad v'=x,\quad u'=\frac{1}{x},\quad v=\frac{x^2}{2}$. $\quad \int_{0.5}^{1} x\ln x\,dx=\frac{\ln 2}{8}-\frac{3}{16}$. $\int x\ln x\,dx=\frac{x^2}{2}\ln x-\int\frac{x}{2}dx=\frac{x^2}{4}\left(2\ln x-1\right)$ $A=-\int_{0.5}^{1} f(x)dx=-\frac{\ln 2}{4}+\frac{5}{6}=0,66u^2$.	1
B6	$F'(x) < 0$ sur $]0;1,37]$ donc F est décroissante sur cet intervalle. $F'(x) > 0$ sur $[1,37;+\infty[$ donc F est croissante sur cet intervalle.	0.5