

الاسم:  
الرقم:

مسابقة في مادة الرياضيات  
المدة: ساعة

عدد المسائل: ثلاث

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.  
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه ( دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

## I- (5 points)

1) Résoudre le système suivant : 
$$\begin{cases} 2x + y = 80 \\ 1,7x + 2,7y = 105 \end{cases}$$

2) Le prix de deux chemises et d'une ceinture est 80 milles LL

Après une diminution de 15% sur le prix d'une chemise et une diminution de 10% sur le prix d'une ceinture, le prix de deux chemises et de trois ceintures devient 105 milles LL.

- Montrer que ce texte est modélisé par le système de la 1<sup>re</sup> question.
- Trouver le prix initial d'une chemise et le prix initial d'une ceinture.
- Nadim achète quatre chemises et trois ceintures après la diminution des prix.  
Combien doit-il payer ?

## II- (5 points)

Le tableau suivant représente le nombre d'élèves, garçons et filles, dans les sections LH et SE d'une école secondaire :

	LH	SE	Total
Garçons	x		
Filles		y	26
Total	20		

Le nombre de garçons en SE est le double de celui des garçons en LH.

Le nombre de filles en LH dépasse de 4 celui des garçons de cette section.

1) Déterminer x et y.

*Dans ce qui suit on suppose que*  $x = 8$  et  $y = 14$ .

- Recopier et compléter le tableau ci-dessus.
- On choisit au hasard un élève de ces deux sections.
  - Calculer la probabilité que l'élève choisi soit un garçon en LH.
  - Sachant que l'élève choisi est un garçon, calculer la probabilité qu'il soit en SE.
  - Calculer la probabilité que l'élève choisi soit une fille ou en LH.

### III- (10 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]-\infty; 1[ \cup ]1; +\infty[$  par  $f(x) = -x + 2 - \frac{1}{x-1}$  et soit  $(C)$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé.

1) Déterminer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x)$  et  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$  et déduire une asymptote  $(\Delta)$  à  $(C)$ .

2) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

3) Prouver que la droite  $(d)$  d'équation  $y = -x + 2$  est une asymptote à  $(C)$ .

4) Trouver les coordonnées du point d'intersection  $I$  des asymptotes de  $(C)$ .

5) Montrer que  $f'(x) = \frac{x(2-x)}{(x-1)^2}$  et dresser le tableau de variations de  $f$ .

6) Tracer  $(\Delta)$ ,  $(d)$  et  $(C)$ .

7) a- Montrer que  $y = -2x + 3$  est une équation de la droite joignant les deux sommets de  $(C)$  et passant par  $I$ .

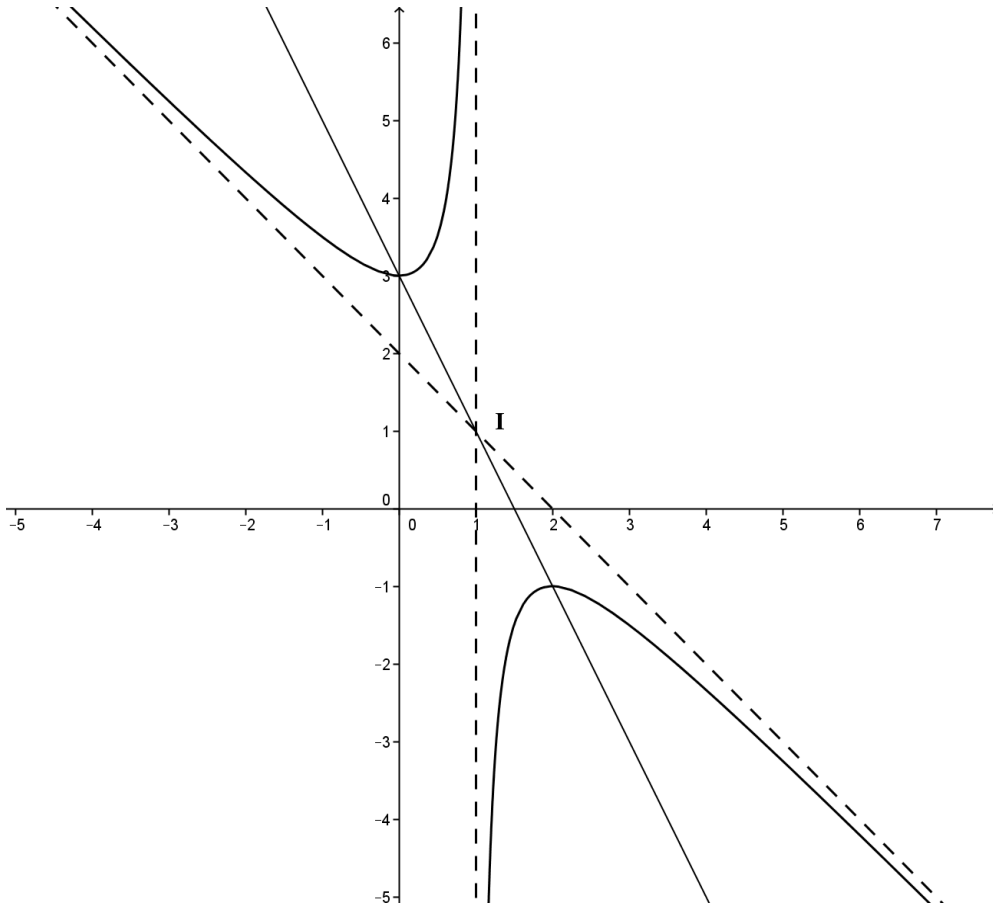
b- Résoudre  $f(x) < -2x + 3$ .

QI	Réponses	M
1	$x = 30$ et $y = 20$	1,5
2a	Soit $x$ le prix d'une chemise et $y$ le prix d'une ceinture. $x$ et $y$ vérifient le système de la question 1)	1,5
2b	Le prix d'une chemise est 30 000 LL et le prix d'une ceinture est 20 000 LL	1
2c	$4(30\,000 \times 0,85) + 3(20\,000 \times 0,9) = 156\,000$ Nadim doit payer 156 000 LL	1

QII	Réponses	M			
1	$x + x + 4 = 20$ et $x + 4 + y = 26$ ; alors $x = 8$ et $y = 14$ .	1			
2		LH	SE	Total	1
	Garçons	8	16	24	
	Filles	12	14	26	
	Total	20	30	50	
3a	$P(G \cap H) = \frac{8}{50} = \frac{4}{25}$ .	1			
3b	$P(E/G) = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ .	1			
3c	$P(F \cup H) = P(F) + P(H) - P(F \cap H) = \frac{26}{50} + \frac{20}{50} - \frac{12}{50} = \frac{17}{25}$ .	1			

QIII	Réponses	M																			
1	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ . La droite d'équation $x = 1$ est une asymptote à (C).	1,5																			
2	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .	1																			
3	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (-x + 2)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{x-1} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (-x + 2)) = 0$ . La droite d'équation $y = -x + 2$ est une asymptote à (C).	1																			
4	Pour $x = 1$ , $y = 1$ ; alors $I(1; 1)$ .	1																			
5	$f'(x) = -1 + \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{-x^2 + 2x - 1 + 1}{(x-1)^2} = \frac{x(2-x)}{(x-1)^2}$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>2</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>f'(x)</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>f(x)</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>3</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$	$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$+$	$0$	$-$	$f(x)$	$+\infty$	$3$	$+\infty$	$-1$	$-\infty$	1,5
$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$																
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$+$	$0$	$-$															
$f(x)$	$+\infty$	$3$	$+\infty$	$-1$	$-\infty$																

6



2

a

Les points de coordonnées  $(1 ; 1)$ ,  $(0, 3)$  et  $(2, -1)$  appartiennent à la droite  $y = -2x + 3$ .

1

7

b

$f(x) < -2x + 3$  ; alors (C) est au-dessous de la droite d'équation  $y = -2x + 3$  :  
pour  $x \in ]-\infty; 0[ \cup ]1, 2[$

1