الدورة الإستثنائية للعام 2011	الشهادة المتوسطة	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات

الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	عدد المسائل: خمسة

ارشادات عامة - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I- (2 points)

1) Calculer le plus grand commun diviseur (PGCD) de 154 et 112.

2) Simplifier la fraction $\frac{154}{112}$ pour la rendre irréductible.

3) On pose $m = \frac{154}{112} + \frac{1}{8}$.

a. Ecrire le nombre m sous forme d'une fraction irréductible.

b. Le nombre m est-il décimal ? Justifier.

II- (3 points)

Les deux parties **A** et **B** de cet exercice sont indépendantes.

<u>Partie **A**</u>

On donne $P(x) = (3x-2)(x+2)-(3x-2)^2$.

1) a. Développer et réduire P(x).

b. Calculer $P(\sqrt{5})$.

2) a. Factoriser $P(x)$.

b. Résoudre l'équation $P(x) = 0$.

<u>Partie **B**</u>

On donne deux nombres réels x et y tels que $xy = 2\sqrt{3}$ et $x + y = 2 + 2\sqrt{3}$.

1) Calculer $x^2y + xy^2$ et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{3}$ où a et b sont deux entiers.

2) Calculer $x^2 + y^2$.

III- (3 points)

Pour acheter **trois** cahiers et **deux** stylos on doit payer 4 500 LL. Pour acheter **six** cahiers et **trois** stylos on doit payer 7 500 LL. Les données précédentes sont traduites par le système suivant :

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4\ 500 \\ 6x + 3y = 7\ 500 \end{cases}$$

1) Que représentent x et y dans ce système ?

2) Résoudre, en détaillant les étapes suivies, le système précédent et dire quel est le prix d'un cahier et celui d'un stylo.

3) Un élève achète un paquet contenant des cahiers et des stylos et il paie 11 000 LL. Calculer le nombre des cahiers et celui des stylos dans ce paquet sachant que la somme de ces deux nombres est 12.

IV- (6 points)

Dans un repère orthonormé d'axes x'Ox et y'Oy, on donne les points A(3; 4) , B(3;– 1), C(1; 3) et la droite (d) d'équation y = – 2x + 5.

1) Placer A, B et C.

2) Montrer que B et C sont deux points de (d), puis tracer (d).

3) a. Trouver l'équation de la droite (CA).

b. Montrer que le triangle ABC est rectangle en C.

4) Soit D le point défini par $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.

a. Montrer que CADB est un rectangle.

b. Calculer les coordonnées de D.

5) Soit E le symétrique de C par rapport à A.

a. Quelle est la nature du quadrilatère ABDE ? Justifier.

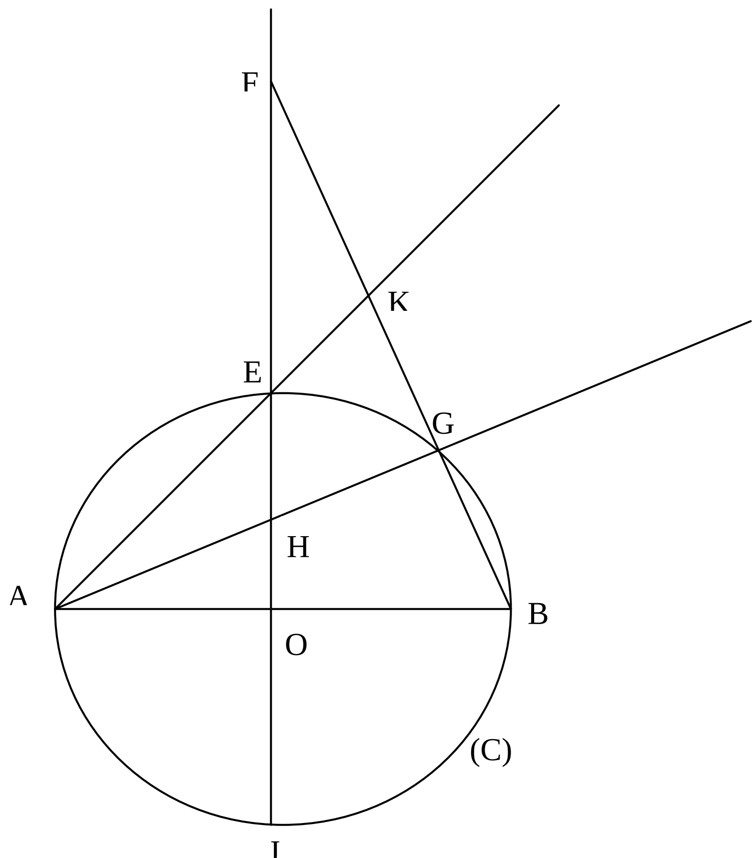
b. Montrer que CDE est un triangle isocèle.

c. Montrer que (DE) est parallèle à y'Oy et écrire l'équation de (DE).

V- (6 points)

Dans la figure ci-dessous :

- (C) est un cercle de diamètre [AB], de centre O et de rayon 3 cm
- La perpendiculaire en O à (AB) coupe (C) en E et J
- La bissectrice de l'angle $\widehat{EAB}$ coupe [OE] en H et recoupe (C) en G
- La droite (BG) coupe (AE) en K et (OE) en F.



1) Reproduire la figure.

2) Vérifier que $\widehat{BAG} = \dfrac{45^\circ}{2}$.

3) Démontrer que le triangle ABK est isocèle de sommet principal A.

4) Calculer AE et EK.

5) Démontrer que les deux triangles AOH et AGB sont semblables. En déduire la valeur du produit AH × AG.

6) a. En utilisant $\cos\left(\dfrac{45^\circ}{2}\right)$ dans le triangle AOH, calculer AH à 10^{-2} près.

b. Déduire une valeur numérique approchée du rapport de similitude des triangles AOH et AGB.

7) (BH) coupe (AF) en I, démontrer que I est un point du cercle (C).

وزارة التربية والتعليم العالي
المديرية العامة للتربية
دائرة الامتحانات

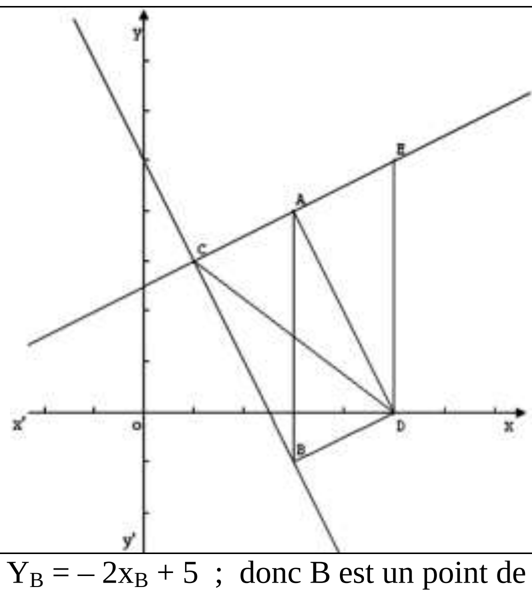
الشهادة المتوسطة

الدورة الإستثنائية للعام
2011

مشروع معيار التصحيح

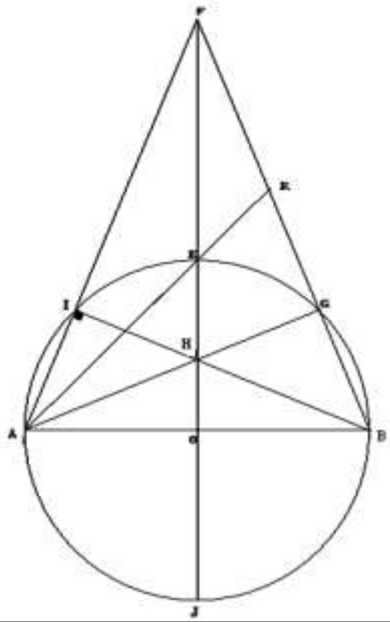
مسابقة في مادة الرياضيات
المدة ساعتان

الاسم:
الرقم:

I(2points)		**Corrigé**	**Note**
1		$154 = 2 \times 11 \times 7$ $112 = 2^4 \times 7$; PGCD (154; 112) = $2 \times 7 = 14$.	**0.75**
2		$\frac{154}{112} = \frac{11}{8}$.	**0.50**
3	**3.a**	m =. $\frac{154}{112} + \frac{1}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$	**0.75**
	3.b	m = 1,5 ; m est un nombre décimal.	
II(3points)		**Corrigé**	**Note**
A	**1.a**	$P(x) = -6x^2 + 16x - 8$.	**0.5**
	1.b	$P(\sqrt{5}) = 16\sqrt{5} - 38$	**0.5**
	2.a	P(x)= (3x-2)(-2x+4) =-2(3x – 2)(x – 2)	**0.5**
	2.b	$x = \frac{2}{3}$ ou $x = 2$	**0.5**
B	**1**	$x^2y + xy^2 = xy(x+y) = 2\sqrt{3}\left(2 + 2\sqrt{3}\right) = 4\sqrt{3} + 12$.	**0.5**
	2	$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = (2\sqrt{3} + 2)^2 - 4\sqrt{3} = 16 + 4\sqrt{3}$.	**0.5**
III.(3points)		**Corrigé**	**Note**
1		x est le prix d'un cahier ; y est le prix d'un stylo.	**0.50**
2		$\begin{cases} -6x - 4y = -9000 \\ 6x + 3y = 7500 \end{cases}$ y = 1500 et x =500. Le prix d'un cahier est 500LL et celui d'un stylo est 1500LL.	**1.25**
3		Soit a le nombre de stylos; (12 – a) est celui des cahiers. 1500a + 500(12 – a) = 11000. D'où a =5 et 12 – a = 7.	**1.25**
IV(6points)		**Corrigé**	**Note**
1			**0.50**
2		$Y_B = -2x_B + 5$; donc B est un point de (d). $Y_C = -2x_C + 5$; donc C est un point de (d), (d) n'est autre que (BC),	**0,75**

3.a	(CA), y = ax + b $\begin{cases} 3a+b=4 \\ a+b=3 \end{cases}$ $a=\dfrac{1}{2}$, $b=\dfrac{5}{2}$ $y=\dfrac{x}{2}+\dfrac{5}{2}$	**1**
3.b	$(-2)\times\dfrac{1}{2}=-1$ donc : (d) $\perp$ (AC). ABC est rectangle en C.	**0.50**
4.a	Comme $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$ alors CADB est un parallélogramme. De plus $\hat{C}=90^o$, donc CADB est un rectangle.	**0.50**
4.b	$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{CA}$; donc $x_D-x_B=x_A-x_C$ et $y_D-y_B=y_A-y_C$, d'où D(5; 0)	**0.75**
5.a	ABDE est un parallélogramme, car AE = BD et (AE) est parallèle à (BD).	**0.75**
5.b	A est milieu de [CE] et (DA) est perpendiculaire à (CE), donc CDE est isocèle en D.	**0.50**

5.c	On a: (DE) // (AB), car ABDE est un parallélogramme.
	Et on a: (AB) // y'Oy car $x_A=x_B$.
	D'où (DE) est parallèle à y'Oy. Equation de (DE) x = 5.
		0.75

V(6points)	Corrigé	**Note**
1		**0.50**
2	$BAG=\dfrac{45^0}{2}$ car….	**0.50**
3	$\widehat{AGB}=90^o$; donc [AG] est en même temps bissectrice et hauteur du triangle BAK. Par suite BAK est isocèle de sommet principal A.	**0.75**
4	$AE=3\sqrt{2}$ cm, $EK=AK-AE=(6-3\sqrt{2})$cm.	**0.75**
5	$\hat{O}=\hat{G}=90^0$ et $\widehat{OAH}=\widehat{BAG}$. $\dfrac{AO}{AG}=\dfrac{AH}{AB}=\dfrac{OH}{GB}$, donc AH × AG = AO × AB; d'où AH × AG = 18.	**1.25**
6.a	AOH rectangle en O et $\widehat{OAH}=\dfrac{45^0}{2}$. $\cos\widehat{OAH}=\dfrac{OA}{AH}$, $AH\approx 3.25$	**0.75**
6.b	$\dfrac{AH}{AB}\approx\dfrac{3.25}{6}$, d'où 0,54 est une valeur approchée du rapport.	**0.50**
7	[AG] et [OF] sont deux hauteurs du triangle ABF; donc [BI] est la troisième hauteur. Par suite $\widehat{AIB}=90^o$ et I est un point de (C).	**1**