الدورة العادية للعام 2011	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : إجتماع و إقتصاد	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات
الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	عدد المسائل:اربع

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (4 points)

La durée hebdomadaire du travail, en heures, dans une compagnie industrielle, pour les trimestres des années 2009 et 2010, est donnée dans le tableau suivant :

Années	2009				2010			
Rang du trimestre : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Durée (en heures) : y_i	38	38,5	39	39,5	40	41	42	42,5

1) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points $(x_i ; y_i)$ de cette série.
2) Déterminer les coordonnées du point moyen $G(\overline{x};\overline{y})$ et le représenter dans le repère précédent.
3) Calculer le coefficient de corrélation de cette série et interpréter la valeur trouvée.
4) Déterminer une équation de la droite de régression $D_{y/x}$ de y en x.
5) On suppose que ce modèle reste valable durant toute l'année 2011.
   Estimer la durée hebdomadaire du travail dans cette compagnie pendant le troisième trimestre de cette année.

II-(4 points)

Dans une petite ville, un supermarché et plusieurs petits magasins se partagent 1200 clients.
Une enquête menée durant le mois de Janvier 2010 auprès de ces clients a montré que 240 d'entre eux font leurs achats dans le supermarché et les autres dans les petits magasins.
On a remarqué que chaque mois :

- 90% des clients du supermarché continuent à faire leurs achats dans ce supermarché.
- 15% des clients des petits magasins changent d'avis et vont au supermarché pour faire leurs achats.

Pour tout entier naturel n, on désigne par:
a_n le nombre de clients du supermarché après n mois ; ainsi $a_0 = 240$
b_n le nombre de clients des petits magasins après n mois ; donc $a_n + b_n = 1200$.

1) Calculer a_1 et vérifier que $b_1 = 840$.
2) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a $a_{n+1} = 0,75a_n + 180$.
3) Soit la suite (v_n) définie pour tout n par $v_n = a_n - 720$.
   a-Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.
   b-Calculer v_n puis a_n en fonction de n.
4) a- Dans combien de mois le nombre des clients du supermarché dépassera-t-il 600 pour la première fois ?
   b- Montrer que la suite (a_n) est croissante et déduire le sens de variation de (b_n).
   c- Calculer la limite de b_n et interpréter le résultat obtenu.

III- (4 points)
En 2011, un club sportif propose à ses membres trois types d'activités : le volley-ball, le basket-ball et le tennis.
Chaque membre ne peut pratiquer qu'une seule des trois activités.

- 30 % des membres du club pratiquent le volley-ball ;
- 20 % des membres du club pratiquent le basket-ball ;
- les membres restants pratiquent le tennis.

Le club propose une journée de rencontre entre tous ses membres.

- 20 % des membres qui pratiquent le volley-ball participent à cette rencontre ;
- 25% des membres qui pratiquent le basket-ball participent à cette rencontre ;
- 70 % des membres qui pratiquent le tennis participent à cette rencontre.

On choisit au hasard un membre de ce club et on considère les évènements suivants :
V : «Le membre choisi pratique le volley-ball» ;
B : «Le membre choisi pratique le basket-ball» ;
T : «Le membre choisi pratique le tennis» ;
R : «Le membre choisi participe à la rencontre ».

1) Vérifier que la probabilité $p(T \cap R)$ est égale à 0,35 et, calculer $p(B \cap R)$ et $p(V \cap R)$.
2) Le président du club affirme : plus que la moitié des membres ne participent pas à la rencontre.
Justifier son affirmation par un calcul.
3) Les tarifs du club pour cette année sont les suivants :
- 100 000 LL pour la pratique du tennis,
- 60 000 LL pour la pratique du volley-ball ou du basket-ball.

De plus, une somme supplémentaire de 15 000 LL est demandée à chaque membre qui participe à la rencontre.
Soit X la variable aléatoire égale à la somme totale payée par un membre de ce club.
a- Donner les 4 valeurs possibles de X et démontrer que $p(X = 75000)$ est égale à 0,11.
b- Déterminer la loi de probabilité de X.
c- Calculer l'espérance mathématique E(X).
d- Le club compte 200 membres. Estimer son revenu pour cette année.

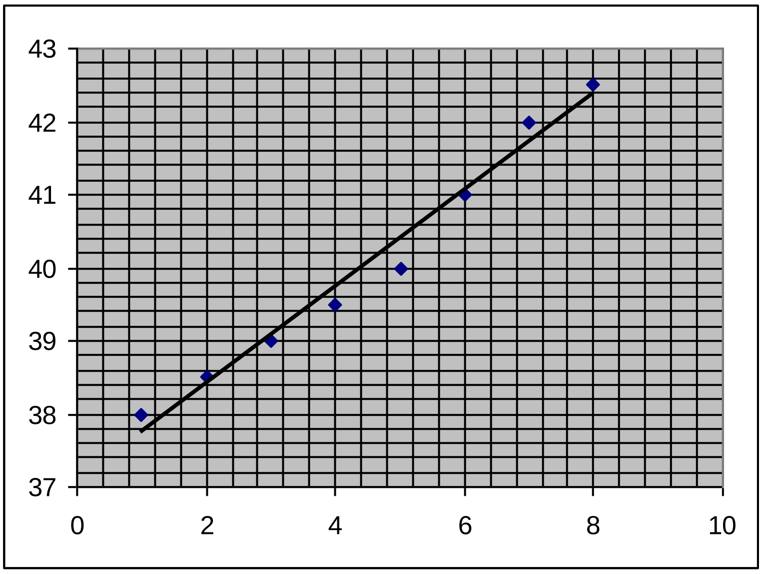
IV- (8 points)
A-Soit f la fonction définie sur [0 ; + ∞[par $f(x) = x - 1 - 4xe^{-2x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1) a-Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et démontrer que la droite (d) d'équation y = x – 1 est asymptote à (C).
b-Déterminer la position relative de (C) et (d).
2) Le tableau ci-contre donne le signe de f '(x) sur [0 ; +∞ [.

x	0		0,28		+∞
f '(x)		–	0	+	

a- Dresser le tableau de variations de f sur [0 ; +∞ [.
b- Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une solution unique α et vérifier que 1,358 < α < 1,359.
3) Tracer (d) et (C).

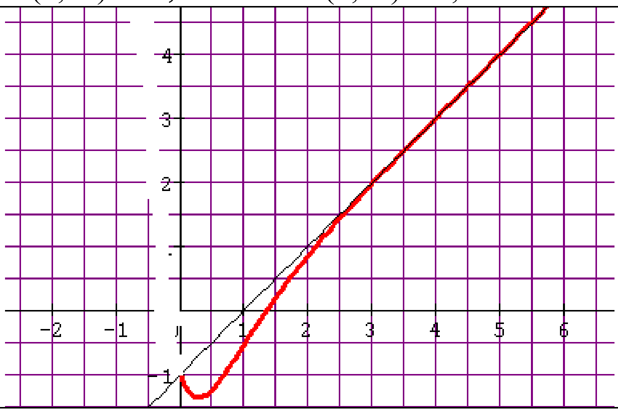
B -Une usine produit un détergent liquide. La fonction C_m définie sur [0 ;10] par :
$C_m(x) = 0{,}8 + 4(1-2x)e^{-2x}$ traduit le coût marginal quotidien, en millions LL;x est exprimé en milliers de litres.
1) Sachant que les coûts fixes s'élèvent à 1 million LL, démontrer que la fonction C_T du coût total quotidien est donnée par $C_T(x) = 1 + 0{,}8x + 4xe^{-2x}$.
2) Le prix de vente d'un litre de ce liquide est 2000 LL, et on suppose que 90% de la production quotidienne est vendue.
a- Démontrer que le profit quotidien, en millions LL, est modélisé par f(x).
b- Déterminer la quantité minimale en litres que doit produire quotidiennement cette usine pour qu'elle réalise un bénéfice.
c- Quelle est la perte maximale quotidienne que l'usine peut subir ?

الدورة العادية للعام **2011**	**امتحانات الشهادة الثانوية العامة** **الفرع : إجتماع و إقتصاد**	**وزارة التربية والتعليم العالي** **المديرية العامة للتربية** **دائرة الامتحانات**
	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	**مشروع معيار التصحيح**

Q1	Corrigé	N
1		1
2	$\overline{x} = 4{,}5$ $\overline{y} = 40{,}0625$. G (4,5 ;40,0625)	1.5
3	$r = \dfrac{\text{cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} = 0{,}99$ (Calculatrice).r est proche de 1, d'où il y a une forte corrélation positive entre x et y.	1.5
4	Y= 0,6607x+37,089	1
5	Pour x = 11, y = 0,6607×11 +37,089 = 44,356 h est la durée hebdomadaire durant le 11[ième] trimestre.	2

Q2	Corrigé	N
1	$a_1 = 0{,}9 \times a_0 + 0{,}15 \times b_0 = 0{,}9 \times 240 + 0{,}15 \times 960 = 360 ; b_1 = 1200 - 360 = 840$	1
2	$a_{n+1} = 0{,}9 \times a_n + 0{,}15 \times b_n = 0.9 \times a_n + 0{,}15 \times (1200 - a_n) = 0{,}75 a_n + 180$	1
3a	$v_{n+1} = a_{n+1} - 720 = 0{,}75 \times a_n + 180 - 720 = 0{,}75 \times a_n - 540 = 0{,}75(a_n - 720) = 0{,}75 v_n$ (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75 et de premier terme $v_0 = a_0 - 720 = -480$	1
3b	$v_n = v_0 \times q^n = (-480)(0{,}75)^n ; a_n = 720 + v_n = 720 + (-480)(0{,}75)^n$	1
4a	$a_n > 500 \Leftrightarrow 720 + (-480)(0{,}75)^n > 600 \Leftrightarrow (480)(0{,}75)^n < 120 \Leftrightarrow (0{,}75)^n < \dfrac{120}{480} \Leftrightarrow n > 4{,}81$ Après 5 mois le nombre a_n dépasse 600 clients pour la première fois.	1
4b	$v_{n+1} - v_n = a_{n+1} - a_n$ donc (a_n) a le même sens de variations que (v_n). $v_{n+1} - v_n = 24(0{,}75)^n$. (v_n) est croissante et (a_n) est croissante $b_{n+1} - b_n = a_n - a_{n+1}$ donc (b_n) est décroissante.	1
4c	Lorsque n tend vers $+\infty$ alors $(-480)(0{,}75)^n$ tend vers 0 et a_n tend vers 720 par suite b_n tend vers 1200 - 720 = 480. A long terme le nombre de clients de petit magasin diminue mais ne peut pas devenir inferieur à 480.	1

Q3	Corrigé	N
1	$p(T\cap R)=p(R/T)\cdot p(T)=0,7\times 0,5=0,35$. $p(B\cap R)=p(R/B)\cdot p(B)=0,25\times 0,2=0,05$. $p(V\cap R)=p(R/V)\cdot p(V)=0,2\times 0,3=0,06$.	1.5
2	$p(R)=p(T\cap R)+p(B\cap R)+p(V\cap R)=0,35+0,05+0,06=0,46$. $p(\bar{R})=1-p(R)=0,54$. le président du club a raison car 54% des membres n'ont pas participé à cette rencontre.	1
3a	Les valeurs de X sont: 60 000, 75 000, 100 000, 115 000. $p(X = 75\,000) = p(V\cap R)+p(B\cap R) = 0,06 + 0,05 = 0,11$.	1.5
3b	$p(X = 60\,000) = p(V\cap \bar{R})+p(B\cap \bar{R})=p(\bar{R}/V)\cdot p(V)+p(\bar{R}/B)\cdot p(B)$ $= 0,8\times 0,3 + 0,75\times 0,2 = 0,39$. $p(X = 100\,000) = p(T\cap \bar{R})=p(\bar{R}/T)\cdot p(T) = 0,15$. $p(X = 115\,000) = p(T\cap R)=0,35$.	1.5
3c	$E(X) = 60\,000 \times 0,39 + 75\,000 \times 0,11 + 100\,000 \times 0,15 + 115\,000 \times 0,35 = 86\,900$.	0.5
3d	Estimation du revenu annuel : $86\,900 \times 200 = 17\,380\,000$ LL.	1

Q4	Corrigé	N
A1a	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x-1)=0$ car $\lim\limits_{x\to+\infty} -4xe^{-2x}=0$, donc (d) :est A.O à (C).	1.5
A1b	$f(x) - (x-1) = -4xe^{-2x} \le 0$ pour tout $x \in [0; +\infty[$ donc (C) est au-dessous de (d) et coupe (d) au point d'abscisse 0.	1
A2a	$\begin{array}{cccccc} x & 0 & & 0,28 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & -1 & \searrow & 1,36 & \nearrow & +\infty \end{array}$	1.5
A2b	Sur $0;0,28]$ f est continue strictement décroissante de -1 à $-1,36$, donc $f(x) < 0$. Sur $[0,28 ; +\infty[$ f est continue strictement croissante de $-1,36$ à $+\infty$, donc l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha\in[0,28 ; +\infty[$.De plus $f(1,35) \approx -0,086 < 0$ et $f(1,36) \approx 0,059 > 0$ donc : $1,35 < \alpha < 1,36$.	2
A3		2
B1	$C_T(0)=1$ et $C'_T(x)=0,8+4e^{-2x}-8xe^{-2x}=C_m(x)$. donc : $C_T(x)=1+0,8x+4xe^{-2x}$.	2
B2a	Le prix de vente de x milliers de litres est $R(x)=\dfrac{2000\times 90x\times 1000}{100\times 1000000}=1,8x$;$p(x)=1,8x-1-0,8x-4xe^{-2x}$ $=x-1-4xe^{-2x}=f(x)$	2
B2b	$P(x) > 0$ si $x>\alpha$. Il faut produire au moins 1359 litres pour réaliser un bénéfice.	1
B2c	La perte est maximale si f(x) est minimale , donc si f(x) = 1,36. La perte maximale est 1,36 millions LL.	1