

عدد المسائل: ثلاث	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعة	الاسم: الرقم:
-------------------	--	------------------

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (5 points)

Un kg de sucre et un kg de sel coûtent ensemble 1700 LL. Durant une période de crise économique, le prix du sucre augmente de 12% et celui du sel diminue de 15% de sorte que la somme des prix d'un kg de sucre et d'un kg de sel devient 1769 LL.

- 1) Calculer le prix initial d'un kg de sucre et celui d'un kg de sel.
- 2) Une personne a acheté durant la période de crise 5 kgs de sucre et 2 kgs de sel.
Calculer la somme payée par cette personne.

II-(5 points)

Le personnel d'un centre hospitalier compte 100 personnes réparties en trois catégories : médecins, soignants et techniciens.

20 % des personnels sont des médecins et 60% sont des soignants.

80% des médecins sont des hommes et 75% des soignants sont des femmes.

60% du personnel est féminin.

- 1) Recopier et compléter le tableau suivant :

	Médecins	Soignants	Techniciens	Total
Hommes				
Femmes				60
Total	20	60		100

- 2) On choisit au hasard une personne de ce centre. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « La personne choisie est une femme médecin »

B : « La personne choisie est une femme sachant qu'elle est médecin »

C : « La personne choisie est une femme ou médecin »

D : « La personne choisie est un homme ou non médecin »

- 3) On suppose que tous les noms des personnes de ce centre sont inscrits, chacun sur un carton et les p100 cartons sont placés dans une boîte.
On tire au hasard, successivement et sans remise, deux cartons de cette boîte.
Déterminer la probabilité de tirer deux cartons portant les noms de deux hommes techniciens.

III- (10 points)

Soit f la fonction définie, sur $]-\infty; \frac{1}{2}[\cup]\frac{1}{2}; +\infty[$, par $f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{2x-1}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Déterminer $\lim_{\substack{x \rightarrow 1/2 \\ x > 1/2}} f(x)$, $\lim_{\substack{x \rightarrow 1/2 \\ x < 1/2}} f(x)$ et déduire une asymptote (d) à la courbe (C).
- 2) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et montrer que la droite (D) d'équation $y = 2x + 1$ est asymptote à la courbe (C)
- 3) Montrer que le point $I\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ est un centre de symétrie de (C).
- 4) a- Montrer que $f'(x) = \frac{8x(x-1)}{(2x-1)^2}$ et dresser le tableau de variations de f .
b- Tracer (d), (D) et (C).
- 5) Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$.
- 6) On considère les deux points $A\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ et $M(3; 0)$. La droite (MA) coupe l'axe des ordonnées au point N.
a- Vérifier qu'une équation de la droite (AM) est $y = -\frac{2}{5}x + \frac{6}{5}$.
b- Calculer l'ordonnée de N.
c- Vérifier que $OM \times ON$ est égale à $\frac{1}{2}f(3)$.

QI	Corrigé	N
1	<p>Soit x le prix d'un kg de sucre et y celui d'un kg de sel.</p> $\begin{cases} x + y = 1700 \\ 1,12x + 0,85y = 1769 \end{cases}$ <p>D'après la calculatrice on obtient $x = 1200$ et $y = 500$. Le prix initial d'un kg de sucre est 1200 LL et celui d'un kg de sel est 500 LL.</p>	3
2	<p>Le prix d'un kg de sucre durant la crise est $1,12x$ soit 1344 LL et celui d'un kg de sel $0,85y$ soit 425 LL. La somme payée est : $5 \times 1344 + 2 \times 425 = 7570$ LL.</p>	2

QII	Corrigé	N																				
1	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Médecins</th> <th>Soignants</th> <th>Techniciens</th> <th>Total</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>Hommes</th> <td>16</td> <td>15</td> <td>9</td> <td>40</td> </tr> <tr> <th>Femmes</th> <td>4</td> <td>45</td> <td>11</td> <td>60</td> </tr> <tr> <th>Total</th> <td>20</td> <td>60</td> <td>20</td> <td>100</td> </tr> </tbody> </table>		Médecins	Soignants	Techniciens	Total	Hommes	16	15	9	40	Femmes	4	45	11	60	Total	20	60	20	100	1
	Médecins	Soignants	Techniciens	Total																		
Hommes	16	15	9	40																		
Femmes	4	45	11	60																		
Total	20	60	20	100																		
2	<p>$P(A) = \frac{4}{100} = 0,04$, $P(B) = \frac{4}{20} = 0,2$</p> <p>$P(C) = P(F \cup M) = P(F) + P(M) - P(F \cap M) = \frac{60}{100} + \frac{20}{100} - \frac{4}{100} = 0,76$.</p> <p>$p(D) = p(H \cup \bar{M}) = p(H) + p(\bar{M}) - p(H \cap \bar{M}) = \frac{40 + 80 - 24}{100} = \frac{96}{100} = 0,96$</p>	3																				
3	<p>Probabilité de tirer les noms de deux techniciens = $\frac{9}{100} \times \frac{8}{99} = \frac{2}{275} = 0,0072$</p>	1																				

QIII	Corrigé	N
1	<p>$\lim_{x \rightarrow 1/2^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1/2^-} f(x) = -\infty$. La droite d'équation $x = \frac{1}{2}$ est une asymptote à (C).</p>	1
2	<p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x + 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2x - 1} = 0$ et</p> <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x + 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2x - 1} = 0$. La droite d'équation $y = 2x + 1$ est asymptote à (C).</p>	1
3	<p>$f(1-x) + f(x) = 2(1-x) + 1 + \frac{1}{2(1-x) - 1} + 2x + 1 + \frac{1}{2x - 1} = 4 + \frac{1}{-2x + 1} + \frac{1}{2x - 1} =$</p> <p>$4 - \frac{1}{2x - 1} + \frac{1}{2x + 1} = 2 \times 2$.</p> <p>Donc le point $I(\frac{1}{2}; 2)$ est centre de symétrie de (C).</p>	1

4a	$f'(x) = 2 - \frac{2}{(2x-1)^2} = \frac{2(4x^2 - 4x + 1) - 2}{(2x-1)^2} = \frac{8x^2 - 8x}{(2x-1)^2} = \frac{8x(x-1)}{(2x-1)^2}$ $f'(x) = 0$ pour $x = 0$ ou $x = 1$. <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="border-right: 3px double black; padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="border-right: 3px double black; padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="border-right: 3px double black; padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$f(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$	4	$+\infty$	1.5
x	$-\infty$	0	1	$+\infty$															
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$														
$f(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$	4	$+\infty$														
4b		1.5																	
5	$f(x) \geq 0$ est vérifiée pour les points de (C) situés au-dessus de l'axe des abscisses ou sur cet axe; donc $x > \frac{1}{2}$ ou $x = 0$.	1																	
6a	Les coordonnées de A et de M vérifient l'équation donnée.	1																	
6b	Pour $x = 0$, $y = \frac{6}{5}$.	1																	
6c	$OM \times ON = 3 \times \frac{6}{5} = \frac{18}{5}$ et $\frac{1}{2}f(3) = \frac{1}{2}(7 + \frac{1}{5}) = \frac{36}{10} = \frac{18}{5}$; donc $OM \times ON = \frac{1}{2}f(3)$.	1																	