

عدد المسائل: خمسة	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	الاسم: الرقم:
-------------------	---	------------------

ارشادات عامة :- يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة .

I - (علامتان)

لنعتبر الاعداد التالية A و B و C:

$$A = \frac{1}{3} + \frac{7}{6} \div \frac{5}{3} \quad ; \quad B = \frac{5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^5}{2 \times 10^7} \quad \text{و} \quad C = \sqrt{45} - 4\sqrt{5} + 3\sqrt{125}$$

بيّن كل تفاصيل العمليات الحسابية التالية:

- أحسب A واكتب الجواب على شكل كسرفي أبسط صورة.
- أحسب B واكتب الجواب على الصورة العلمية.
- أكتب C على الشكل $a\sqrt{5}$ حيث أن a هو عدد طبيعي.

II - (٣ علامات)

(السؤالان التاليان ١ و ٢) مستقلان.

١) حلّ المتباينة التالية ومثّل الحلّ على خط الاعداد:

$$4x - \frac{3}{2} \leq \frac{5}{2}x + 3$$

٢) صندوق يحتوي على 400 كرة زجاجية موزّعة كما يلي:

- 30% من هذه الكرات هي حمراء.
 - 108 كرات هي خضراء.
 - باقي الكرات هي بيضاء.
- أ- أحسب النسبة المئوية للكرات الخضراء.
ب- أحسب عدد الكرات البيضاء.

III - (٣ علامات)

نعطي: $E(x) = 5(x - 1)(x + 2) - (x + 2)^2 + 3(x + 5)$.

١) بيّن أن $E(x) = 4x^2 + 4x + 1$.

٢) حلّ المعادلة $E(x) = 1$.

٣) لنعتبر $H(x) = 9x^2 - (2x + 1)^2$.

أ- بيّن أن $H(x) = (5x + 1)(x - 1)$.

ب- حلّ المعادلة $H(x) = 0$.

IV- (٦ علامات)

في المستوي الإحداثي ($x'Ox, y'Oy$) نأخذ المستقيم (d) ذو المعادلة $y = -2x + 3$ وكذلك النقاط $A(0; -2)$ ، $E(6; 1)$ و $G(0; 3)$.

(١) ضع النقاط A, E و G في المستوي الإحداثي.

(٢) تحقق ان النقطة G تقع على المستقيم (d)، ثم ارسم (d).

(٣) أ- برهن أن $y = \frac{1}{2}x - 2$ هي معادلة المستقيم (AE).

ب- برهن أن المستقيمين (d) و (AE) متعامدان.

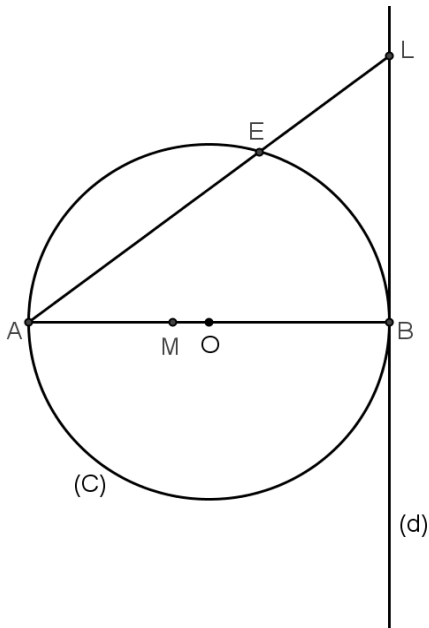
ج- تحقق حسابياً أن $B(2; -1)$ هي نقطة التقاء المستقيمين (d) و (AE).

د- برهن ان المثلث GBE قائم الزاوية ومتساوي الساقين.

(٤) لنرمز بالنقطة M الى انسحاب النقطة E في الانسحاب ذو المتجه \overrightarrow{BG} .

أ- برهن أن الرباعي $BEMG$ هو مربع.

ب- أحسب BM .



V- (٦ علامات)

في الرسم المقابل:

- (C) هي دائرة مركزها O وقطرها $AB = 10$ cm
- المستقيم (d) هو مماس الدائرة (C) في النقطة B
- لتكن L نقطة على (d) حيث أن $BL = 7.5$ cm
- لتكن M نقطة على $[AB]$ حيث أن $AM = 4$ cm

(١) انسخ الصورة.

(٢) أحسب طول AL .

(٣) أحسب $\cos BAL$.

(٤) يتقاطع المستقيم (AL) مع الدائرة (C) بالنقطة E.

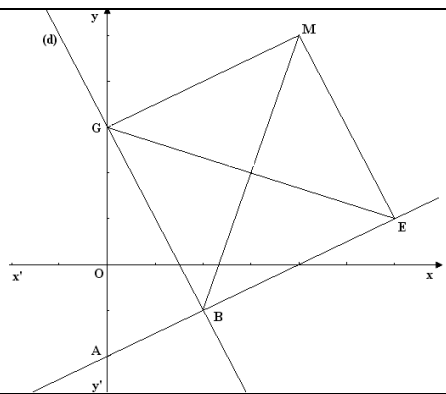
أ- برهن أن المثلثين ABL و BEL متشابهين. أكتب نسبة التشابه.

ب- أستنتج أن $EL = 4.5$ cm.

(٥) المستقيم المار بالنقطة M والمتعامد مع (AL) يتقاطع مع [AL] في النقطة N، كما يتقاطع مع المستقيم (d) في النقطة G.

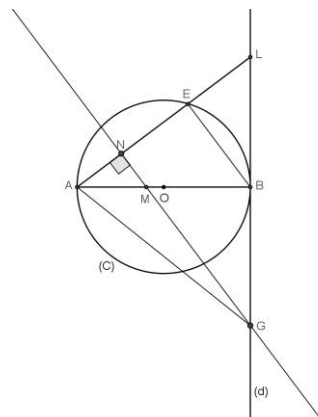
أ- استخدم $\cos BAL$ في المثلث MAN لتتأكد أن $AN = 3.2$ cm.

ب- برهن أن: $\frac{EB}{NG} = \frac{15}{31}$.

Question I		
Part	Correction	Note
1	$A = \frac{1}{3} + \frac{7}{6} \div \frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{7}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{3} + \frac{7}{10} = \frac{31}{30}$. 0.25 + 0.25	0.50
2	$B = \frac{5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^5}{2 \times 10^7} = \frac{35 \times 10^3}{2 \times 10^7} = \frac{35 \times 10^{-4}}{2} = 17.5 \times 10^{-4} = 1.75 \times 10^{-3}$ 0.25 + 0.25 + 0.25	0.75
3	$C = \sqrt{45} - 4\sqrt{5} + 3\sqrt{125} = 3\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 15\sqrt{5} = 14\sqrt{5}$. 0.5 + 0.25	0.75
Question II		
1	$4x - \frac{3}{2} \leq \frac{5}{2}x + 3$; $\frac{8x}{2} - \frac{3}{2} \leq \frac{5x}{2} + \frac{6}{2}$; $8x - 3 \leq 5x + 6$; $8x - 5x \leq 3 + 6$; $3x \leq 9$; $x \leq 3$. 0.25 + 0.25 + 0.25 + 0.25	1 0.5
2.a	The percentage of green balls is : $\frac{108}{400} \times 100 = 27\%$	0.5
2.b	The percentage of white balls is: $100 - (27 + 30) = 100 - 57 = 43\%$ The number of white balls is: $\frac{43 \times 400}{100} = 172$	0.5 0.5
Question III		
1	$E(x) = 5(x^2 + x - 2) - (x^2 + 4x + 4) + 3x + 15 = 4x^2 + 4x + 1$. - 0.25 (MISTAKE)	1
2	$E(x) = 1$ so $4x^2 + 4x = 0$. where $4x(x + 1) = 0$; $x = 0$ or $x = -1$. 0.25 + 0.25	0.5
3.a	$H(x) = 9x^2 - (2x + 1)^2 = (3x + 2x + 1)(3x - 2x - 1) = (x - 1)(5x + 1)$. 0.5 + 0.5	1
3.b	$H(x) = 0$; $(x - 1)(5x + 1) = 0$. So $x = 1$ or $x = -\frac{1}{5}$	0.5
Question IV		
1		0.5
2	$y_G = -2x_G + 3$ then $3 = -2(0) + 3$ $3 = 3$ so G is a point on (d) Two points are enough to draw a line :	0.5 0.25
3.a	$y_E = \frac{1}{2}x_E - 2$ $1 = \frac{1}{2}(6) - 2$ $1 = 1$ so E is a point on (AE). $y_A = \frac{1}{2}x_A - 2$ $-2 = \frac{1}{2}(0) - 2$ $-2 = -2$ so A is a point on (AE).	0.5 0.5
3.b	$a_{(d)} \times a_{(AE)} = -2 \times \frac{1}{2} = -1$ So (d) \perp (AE).	0.5

3.c	$y_B = \frac{1}{2}x_B - 2$ $-1 = \frac{1}{2}(2) - 2$ $-1 = -1 \text{ so B is a point on (AE).}$	$y_B = -2x_B + 3$ $-1 = -2(2) + 3$ $-1 = -1 \text{ so B is a point on (d).}$	0.5 0.25
3.d	$GBE = 90^\circ$ (since (d) \perp (AE)) $BG = 2\sqrt{5}$. $BE = 2\sqrt{5}$. So GBE is a right isosceles triangle of vertex B.		0.25 0.25 0.25 0.25
4.a	We have: $\overline{BG} = \overline{EM}$ so BEMG is a parallelogram And since: $GBE = 90^\circ$ then it is a rectangle and: $BG = BE$ so it is a rhombus. therefore: BEMG is a square.		0.25 0.25 0.25
4.b	$BM = GE = \sqrt{(6-0)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ u (diagonals in a square are equal)		0.5

Question V

1			0.5
2	Using pythagorean : $AL^2 = AB^2 + BL^2 = 100 + 7.5^2 = \frac{625}{4}$ so: $AL = 12.5$ cm		0.5 0.25
3	$\cos BAL = \frac{AB}{AL} = \frac{10}{12.5} = \frac{4}{5}$		0.5+0.25 0.5
4.a	The two triangles ABL and LBE have: <ul style="list-style-type: none"> • L (common angle) • $B = E = 90^\circ$ (ABE is an inscribed triangle in a semi-circle) So they are similar. $S_{ABL}^{ABL}, \frac{AB}{BE} = \frac{BL}{EL} = \frac{AL}{BL} = \frac{12.5}{7.5} = \frac{5}{3}$		0.5 0.5 0.5
4.b	Consider $\frac{BL}{EL} = \frac{5}{3}$; $\frac{7.5}{EL} = \frac{5}{3}$; $EL = 4.5$ cm		0.25 0.25
5.a	$\cos BAL = \frac{4}{5}$ and $\cos BAL = \cos NAM = \frac{AN}{AM} = \frac{4}{5}$ so $AN = 3.2$ cm		0.25 0.25 0.5
5.b	(EB) // (NG) Using Thales' $\frac{LE}{LN} = \frac{EB}{NG} = \frac{4.5}{9.3} = \frac{15}{31}$ (LN = 12.5 - 3.2 = 9.3 cm)		0.25 0.5 0.25