وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات الرسمية	امتحانات الشهادة الثانوية العامة فرع علوم الحياة	دورة العام ٢٠١٦ العاديّة الاربعاء ١٥ حزيران ٢٠١٦

عدد المسائل: أربع	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	الاسم: الرقم:

ملاحظة :يُسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المُرشّح الاجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة).

I. (أربع علامات)

في الفضاء الإحداثي العائد للنظام $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نأخذ النقطتين $A(3,1,1)$ وَ$F(2,2,-2)$.

نرمز بالحرف (d) إلى المستقيم المعرّف بالمعادلات $(d):\begin{cases}x=-t\\ y=t+2\\ z=t\end{cases}$ ، حيث أنّ t هي متغيّر حقيقي.

١) ليكن (P) المستوي المار بالنقطة F والذي يحوي (d) .
تحقّق أنّ $x+z=0$ هي معادلة المستوي (P) .

٢) لتكن $E(1,1,-1)$ نقطة على المستقيم (d).
تحقّق أنّ E هي الإسقاط العمودي للنقطة A على المستوي (P) .

٣) لتكن L هي النقطة على المستقيم (d) ، $(x_L\neq 0)$ ،حيث أنّ المثلّث EFL هوَ متساوي الساقين رأسه E .
أحسب إحداثيات النقطة L.

٤) احسب حجم الهرم الثلاثي $AEFL$.

II. (أربع علامات)

صندوق V يحتوي على ست بطاقات متطابقة ومرقّمة: $9\,;\,7\,;\,4\,;\,3\,;\,2\,;\,1$ وَعلبتان U_1 وَ U_2 .

- تحتوي العلبة U_1 على ثلاث طابات حمراء وخمس طابات سوداء.
- تحتوي العلبة U_2 على أربع طابات حمراء وأربع طابات سوداء.

نختار عشوائياً بطاقة من الصندوق V.

إذا كانت البطاقة تحمل رقماً زوجياً فإننا نسحب عشوائياً ودفعة واحدة طابتين من العلبة U_1 ، أما إذا كانت البطاقة تحمل رقماً فردياً فإننا نسحب عشوائياً ودفعةً واحدة طابتين من العلبة U_2 .

نعرّف الأحداث التالية:

E: "الرقم الظاهر على البطاقة المسحوبة هو عدد زوجي"
O:"الرقم الظاهر على البطاقة المسحوبة هو عدد فردي"
R :"الطابتان المسحوبتان حمراوان"
B :"الطابتان المسحوبتان سوداوان"

١) أ - احسب الاحتمال $P(R/E)$ ، واستنتج أنّ $P(R\cap E)=\dfrac{1}{28}$.
ب-احسب $P(R\cap O)$ وَ$P(R)$.

٢) برهن أنّ $P(B)=\dfrac{11}{42}$.

٣) علماً أنّ الطابتين المسحوبتين سوداوان، احسب احتمال أن تأتي هاتان الطابتان من العلبة U_1 .

III. (أربع علامات)

في المستوي الإحداثي المركّب العائد للنظام $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، نعيِّن النقاط $A(-i)$، $E(2i)$ ، $M(z)$ وَ $M'(z')$ حيث أنّ z وَ z' هما عددان مركّبان مرتبطان بالعلاقة: $z' = 2i - \frac{2}{z}$.$(z \neq 0)$

١) أ- برهن أنّ $z\left(z'-2i\right) = -2$.

ب- احسب $\arg(z) + \arg(z'-2i)$.

٢) أ- تحقَّق أنّ $z' = \frac{2i\left(z+i\right)}{z}$.

ب-برهن أنّ $OM' = \frac{2AM}{OM}$.

ج- عندما تتحرّك النقطة M على محور قطعة المستقيم (أي المنصِّف العمودي للمستقيم) $\left[OA\right]$ ، برهن أنّ النقطة M' تتحرَّك على دائرة (C) يتم تحديد مركزها وَنصف قطرها.

٣) نفترض أنّ $z = x + iy$ وَ $z' = x' + iy'$ حيث أنّ x, y, x' وَ y' هي أعداد حقيقية.

أ- بيِّن أنّ $x' = \frac{-2x}{x^2+y^2}$ وَأنّ $y' = 2 + \frac{2y}{x^2+y^2}$.

ب-إذا كان $x = y$ فإنّ المستقيمين (OM) وَ (EM') متعامدان.

IV. (ثمان علامات)

لتكن الدالّة f معرّفة على المجال $\left]-1;+\infty\right[$ كما يلي $f(x) = e^x - \frac{2e^x}{x+1}$.

نرمز بالحرف (C) إلى بيان هذه الدالّة في المستوي الإحداثي $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

١) أ- احسب النهاية $\lim\limits_{\substack{x\to -1 \\ x>-1}} f(x)$ ثمّ استنتج مقاربًا (D) للبيان (C).

ب- حدِّد النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ احسب $f(2.5)$.

٢) برهن أنّ $f'(x) = \frac{(x^2+1)e^x}{(x+1)^2}$ ، ثمّ أنشئ جدول التغيّر للدالّة f .

٣) يتقاطع البيان (C) مع المستقيم ذو المعادلة $y = x$ في النقطة A ذات إحداثية α على المحور x. برهن أن $1.8 < \alpha < 1.9$.

٤) أ- جدّ إحداثيات نقاط تقاطع البيان (C) مع محوري الإحداثيات.

ب- ارسم (d) وَ(D) وَ(C) في نفس المستوي الإحداثي.

٥) أ- برهن أنّ الدالّة f لها دالّة عكسية f^{-1} على $\left]-1;+\infty\right[$.

ب- ارسم البيان (C') العائد للدالّة العكسية f^{-1} ، في نفس المستوي للبيان (C) .

٦) نعلم أنّ مساحة المنطقة المحدّدة بالبيان(C)، المحور الأفقي x ، والمستقيمين ذوي المعادلتين: $x = 0$ وَ $x = 1$ ، تساوي 0.53 وحدة مساحة.

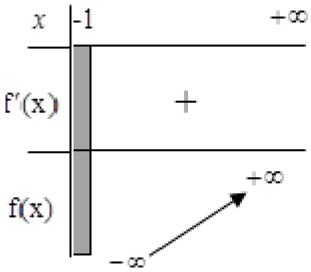
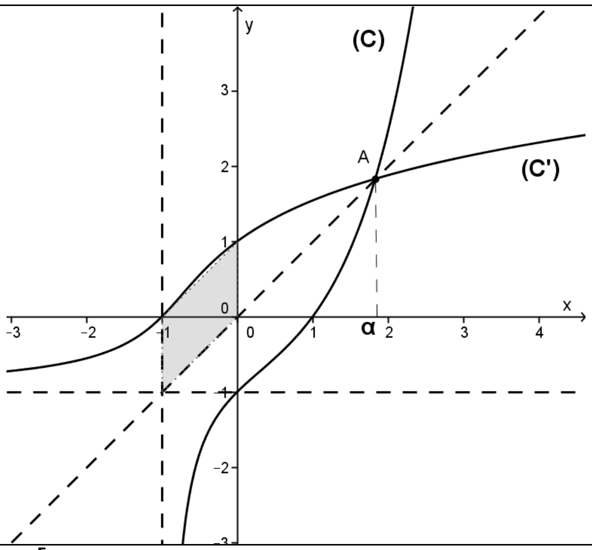
احسب مساحة المنطقة المحدّدة بالبيان (C') والمستقيم (d) والمحور العامودي y ، والمستقيم ذو المعادلة $x = -1$.

وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : علوم الحياة	دورة ٢٠١٦ العادية
مشروع معيار التصحيح	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	الاسم: الرقم:

I	Answer	M
1	Verify that F belongs to (P) and (d) lies in it.	1
2	E is on (d) then E belongs to (P) and $\overrightarrow{AE}(-1,0,-2)$ so $\overrightarrow{AE}=-2\overrightarrow{N}_{(P)}$	1
3	$EF^2=3$ and $EL^2=3(t+1)^2$ then $3(t+1)^2=3\Rightarrow$ $t=-2$ or $t=0$ So $L(2,0,-2)$	1
4	$V=\frac{1}{6}\left\|\overrightarrow{AL}.(\overrightarrow{AE}\wedge\overrightarrow{AF})\right\|=\frac{\|-8\|}{6}=\frac{4}{3}u^3$	1

II		Answer	M
1	a	$P\left(R/E\right)=\frac{C_3^2}{C_8^2}=\frac{3}{28}$; $p(E\cap R)=p(E).\ P\left(R/E\right)=\frac{2}{6}\times\frac{C_3^2}{C_8^2}=\frac{1}{28}$	1
	b	$p(O\cap R)=p(O).\ P\left(R/O\right)=\frac{4}{6}\times\frac{C_4^2}{C_8^2}=\frac{1}{7}$ $P(R)=p(E\cap R)+p(O\cap R)=\frac{5}{28}$.	1
2		$P(B)=p(E\cap B)+p(O\cap B)=p(E).p(B/E)+p(O).p(B/O)=$ $\frac{1}{3}\times\frac{C_5^2}{C_8^2}+\frac{2}{3}\times\frac{C_4^2}{C_8^2}=\frac{11}{42}$.	1
3		$p(E/B)=\frac{p(E\cap B)}{p(B)}=\frac{5/42}{11/42}=\frac{5}{11}$	1

III		Answer	M
1	a	$z'-2i=\frac{-2}{z}$ then $z(z'-2i)=-2$	0.5
	b	$\arg(z(z'-2i))=\arg z+\arg(z'-2i)=\arg(-2)=\pi[2\pi]$	0.5
2	a	$z'=\frac{2i(z+i)}{z}$	0.5
	b	$OM'=\left\|\frac{2i(z+i)}{z}\right\|=\frac{\|2i(z+i)\|}{\|z\|}=\frac{\|2i\|\|z+i\|}{\|z\|}=\frac{2AM}{OM}$	0.5
	c	M belongs to perp bis of $[OA]$ then MA=MO so $OM'=2$, therefore M' Moves on circle center O and radius 2.	0.5
3	a	$x'=\frac{-2x}{x^2+y^2}$ and $y'=2+\frac{2y}{x^2+y^2}$	1
	b	x= y then $M'(\frac{-1}{x},2+\frac{1}{x})$ so $\overrightarrow{EM'}(\frac{-1}{x},\frac{1}{x})$ and $\overrightarrow{OM}(x,y)$ $\overrightarrow{EM'}.\ \overrightarrow{OM}=0$ so $(EM')\perp(OM)$.	0.5

IV		Answer	M
1	a	$\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} f(x)=-\infty$ then the line (D) : x = -1 is an asymptote to (C) .	0.5
	b	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=(1)(+\infty)=+\infty$; f(2.5) ≈ 5.22.	1
2		$f'(x)=e^x-\left(\dfrac{2e^x(x+1)-2e^x}{(x+1)^2}\right)$ $=\left(\dfrac{(x+1)^2-(x+1)+2}{(x+1)^2}\right)e^x$ $=\left(\dfrac{x^2+1}{(x+1)^2}\right)e^x>0$ for all x 	1
3		Let $\phi(x)=f(x)-x$. $\phi(1.8)\approx-0.07<0$ and $\phi(1.9)\approx 0.17>0$	1
4	a	If x =0, then f(0) = -1 ,so (C) cuts the y-axis in (0,-1) If f(x) = 0, then x = 1, so (C) cuts the x-axis in (1; 0).	0.5
	b		1
5	a	On $]-1;+\infty[$, f is continuous and strictly increasing, it has an inverse function f^{-1}.	0.5
	b	(C') and (C) are symmetrical with respect to y = x. See graph.	1
6		Due to symmetry w.r.t. y = x The area of the region bounded by (C'), the line (d), the y-axis and the Line with equation $x=-1$ is = 0.53 + area of right isosceles triangle with side 1 = 1.03 units of area	1.5