

الاسم:  
الرقم:

مسابقة في مادة الفيزياء  
المدة ثلاث ساعات

هذه المسابقة تتألف من أربعة تمارين موزعة على أربعة صفحات  
يسمح استعمال آلة حاسبة غير مبرمجة

**التمرين الاول : (٥, ٧ علامات)**

### تغير الطاقة الحركية لجهاز

الغاية من هذا التمرين هي التحقق من نظرية الطاقة الحركية لجهاز. ينزل  
متزلج، كتلته الكاملة  $M = 80 \text{ kg}$ ، من نقطة  $O$  إلى  $A$ ، بسرعة ثابتة  $\vec{V} = V \vec{i}$   
قيمتها  $V = 30 \text{ m/s}$ ، على طول خط حلبة مائلة بزواوية  $\alpha = 30^\circ$  بالنسبة للأفق.

الحلبة تبذل على المتزلج قوة احتكاك ثابتة  $\vec{f} = -f \vec{i}$ .

ندرس حركة المتزلج من خلال دراسة حركة مركز ثقله  $G$  على المحور  $x'x$   
(شكل ١) نهمل مقاومة الهواء على المتزلج.

**المعطيات:**

• نأخذ السطح الأفقي المار بـ  $B$  كمستوى مرجعي للطاقة الكامنة للجاذبية لجهاز  
(متزلج، أرض)؛

•  $g = 10 \text{ m/s}^2$

(١) سمِّ ومثِّل بـ  $G$  القوة الخارجية المبذولة على المتزلج على المسار  $OA$ .

(٢) أ) بيِّن أن كمية الحركة  $\vec{P}$  للمتزلج ثابتة.

ب) تطبيقاً للقانون الثاني لنيوتن على المتزلج بين النقطتين  $O$  و  $A$ ، استنتج قيمة  $f$  لـ  $\vec{f}$ .

(٣) لكي يقف المتزلج عند  $B$ ، يبذل ابتداءً من  $A$  قوة فرملة ثابتة  $\vec{f}_1 = -f_1 \vec{i}$  يقطع المتزلج المسافة  $AB$  خلال فترة زمنية  $\Delta t = 3 \text{ s}$ .

أ) أوجد قيمة  $f_1$ ، معتبراً أن  $\frac{d\vec{P}}{dt} \approx \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$ .

ب) تتناقص الطاقة الميكانيكية للجهاز (متزلج، أرض) من  $A$  إلى  $B$ .  
سمِّ القوى المسؤولة عن هذا التناقص.

ج) أوجد المسافة المقطوعة  $AB$  للمتزلج خلال الفترة الزمنية  $\Delta t$ .

(٤) أ) أوجد بين  $A$  و  $B$ :

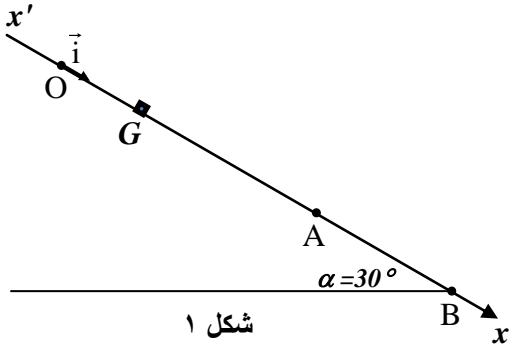
i. التغير  $\Delta E_{pp}$  للطاقة الكامنة للجاذبية للجهاز (متزلج، أرض)؛

ii. العمل المنجز من قبل وزن المتزلج  $W_{M\vec{g}}$ .

ب) قارن بين  $\Delta E_{pp}$  و  $W_{M\vec{g}}$ .

(٥)  $\Delta E_C$  و  $\sum W_{F_{ext}}$  هما على الترتيب تغير الطاقة الحركية للمتزلج، والجمع الجبري لأعمال القوى الخارجية المطبقة على

المتزلج بين  $A$  و  $B$ . تحقق، من نظرية الطاقة الحركية،  $\Delta E_C = \sum W_{F_{ext}}$  بين  $A$  و  $B$ .



شكل ١

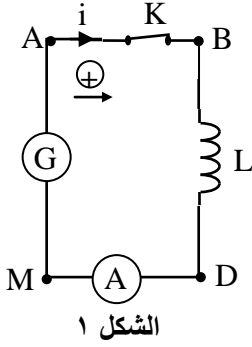
مميزات دارة (RLC)

وضعنا:

- مولّد يعطي توتر متناوب جيبي  $u_{AM} = u_G = U\sqrt{2}\cos\omega t$  ( في V و t في s ) ، حيث  $U = 5\text{ V}$  و  $\omega = 2\pi f$  مع تردد متغير؛
- ملف (وشيعه) محادثه L ومقاومته معدومة؛
- مكثف سعته C ؛
- موصل أومي مقاومته  $R = 150\ \Omega$  ؛
- راسم الإشارة (oscilloscope) ؛
- مقياس ملي أمبيري مقاومته معدومة؛
- فاصل K وأسلاك توصيل؛
- بهدف تحديد L و C ، نحقق التجارب التالية:

A - التجربة الأولى

نفذ على الترتيب التركيبية في الشكل ١ والتركيبية في الشكل ٢. تأكدنا أنه بالنسبة لقيمة التردد  $f = 500\text{ Hz}$  ، شدة التيار المجدية I ، التي يؤشر إليها المقياس نأخذ نفس القيمة  $I = 50\text{ mA}$  في كل من الدارتين. خذ  $\frac{1}{\pi} = 0,32$ .



الشكل ١

(١) الملف معلق بين طرفي G (شكل ١)، يسري بالدارة تيار شدته

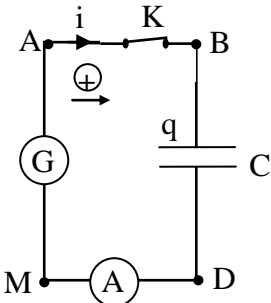
$$i = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (i \text{ في A و } t \text{ في s})$$

أ) أوجد صيغة التوتر  $u_{BD} = u_b$  كدالة من  $L, \omega, I$  و  $t$  .  
ب) أوجد قيمة L .

(٢) المكثف معلق بين طرفي G (شكل ٢) يسري بالدارة تيار شدته

$$i = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

أ) أوجد صيغة التوتر  $u_{BD} = u_b$  كدالة من  $C, \omega, I$  و  $t$  .  
ب) استنتج قيمة C .



الشكل ٢

B - التجربة الثانية

للتأكد من قيم L و C المحصلتين من التجربة الأولى، نفذ الدارة في الشكل ٣. هذه الدارة تضم مولّد، ملف، مكثف وموصل أومي مقاومته  $R = 150\ \Omega$  راسم الإشارة معلق بشكل مناسب، يظهر على قناته (١)، التوتر  $u_{AM}$  على طرفي المولّد، وعلى قناته (٢) التوتر  $u_{DM}$  على طرفي الموصل الأومي. هذه التوترات ممثلة في الشكل ٤. يسري في الدارة تيار شدته:  $i = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$ .

(١) أعد رسم الشكل ٣ محدداً تعليقات راسم الإشارة.

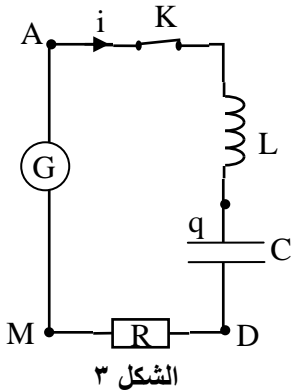
(٢) مطبقاً قانون جمع التوترات ومعطياً لـ t قيمة خاصة، برهن أن:

$$\tan \varphi = \frac{1}{C\omega} - L\omega$$

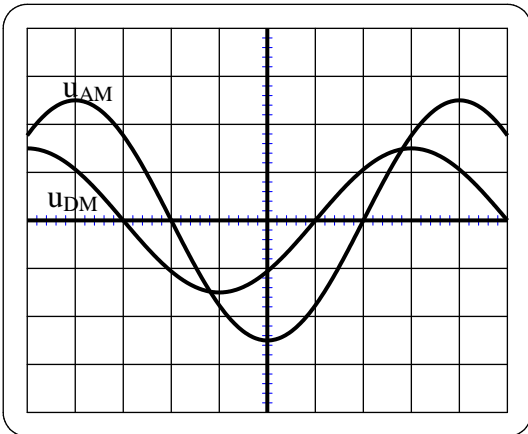
(٣) اعتماداً على المنحنيات الجيبية في الشكل ٤. أوجد:

أ) قيمة التردد  $f$  لـ  $u_{AM}$ ؛

ب) قيمة فرق الطور  $\varphi$  ما بين  $u_{AM}$  و  $i$ .



الشكل ٣



الشكل ٤

Horizontal sensitivity : 0.5 ms/div

## التمرين الثالث: (٧, ٥ علامات) الهيئة الجسيمية للضوء

الهدف من هذا التمرين هو دراسة الطيف المنبعث من ذرة الهيدروجين واستعمال هذا الضوء المنبعث لإحداث تأثير كهروضوئي. المعطيات:

- Planck's constant:  $h = 6.62 \times 10^{-34} \text{ J.s}$  ;
- Speed of light in vacuum:  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  ;
- $1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$  ;
- Elementary charge:  $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$  ;
- $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ .

### A - ذرة الهيدروجين

هذا الطيف يتألف من أربعة خطوط ضوئية ( $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma$  and  $H_\delta$ ) طول الموجات في الخواء على الترتيب: 656.27nm, 486.13nm, 435.05nm and 410.17nm

(I) في سنة ١٨٨٥، بالمير لاحظ أن طول الموجات لهذه الخطوط الضوئية الاربعة تحقق المعادلة:  $\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4}$

حيث أن  $\lambda_0 = 364.6 \text{ nm}$  و  $n$  عدد صحيح موجب.

- (١) أصغر قيمة ل  $n$  هي ٣. برر ذلك.
- (٢) أحسب طول موجة الخط الضوئي المناسب لها.
- (٣) استنتج قيم  $n$  لكي نحصل على طول موجات الخطوط الضوئية الثلاثة الأخرى.

(II) مستويات الطاقة الكمومية لذرة الهيدروجين معطاة بالمعادلة:  $E_n = - \frac{13.6}{n^2} \text{ (in eV)}$  و  $n$  عدد صحيح موجب.

مستعملاً صيغة  $E_n$ ، أوجد طاقة الذرة حين تكون:

- (١) في المستوى الخامد (الأساسي)
- (٢) في كل من المستويات الخمسة الأولى المثارة؛
- (٣) في الحالة المتأينة.

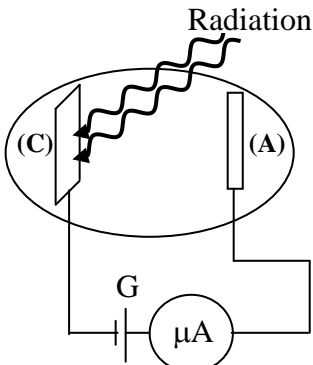


Figure 1

### (أ) التأثير الكهروضوئي

مصباح هيدروجيني قدرته  $P_s = 2 \text{ W}$ ، يرسل بشكل موحد إشعاعات بكل الاتجاهات في وسط متجانس. هذا المصباح يضيء مهبط C (cathode) لخلية كهروضوئية من البوتاسيوم مساحتها المستعملة  $s = 2 \text{ cm}^2$  وموجودة على بعد  $D = 1.25 \text{ m}$  من المصباح (شكل ١). عمل استخراج البوتاسيوم هو  $W_0 = 2.20 \text{ eV}$ .

- (١) احسب طول الموجة العتبة (البداء) لمهبط البوتاسيوم.
- (٢) حدّد مبرهنأ من خلال الخطوط الضوئية لبالمير الإشعاعات التي يمكن أن تحدث الانبعاث الكهروضوئي.

(٣) أضائنا الخلية بالضوء الأزرق  $H_\beta$  طول موجته  $\lambda = 486.13 \text{ nm}$ . المصعد (A) يستطيع أن يلتقط كل الإلكترونات المنبعثة من المهبط. حيث أن مردوده الكمي هو  $r = 0.875\%$ .

(أ) برهن أن القدرة الإشعاعية  $P_0$  المتلقاة بالخلية هي  $2.04 \times 10^{-5} \text{ W}$ .

(ب) أوجد العدد  $N_0$  للفوتونات المتلقاة بالمهبط بالثانية.

(ت) أوجد شد التيار الكربي الساري في الدارة.

## التمرين الرابع: (٧,٥ علامات)

### نّوأس وازن

الهدف من هذا التمرين هو دراسة حركة نّوأس وازن.

نعمد إلى نّوأس وازن (P) يتألف من:

- قضيب (R) مستقيم، متجانس، طوله  $AB = \ell$  وكتلته  $m$ .

- جسم صلب (S) كتلته  $m_1$ . ينزلق على طول المسافة  $OB$ . O موجودة في منتصف القضيب.

نثبت (S) بنقطة C حيث  $\overline{OC} = x$  ( $x > 0$ ).

(P) يستطيع الاهتزاز بمسطح عامودي، حول محور أفقي ( $\Delta$ ) متعامد مع القضيب (شكل ١).

أبعدنا النّوأس عن موضع توازنه بزواوية ضئيلة  $\theta_m$ ، ثم أرخيناه بدون سرعة باللحظة  $t_0 = 0$ ؛ النّوأس بدأ يهز بدون احتكاك حول موضع توازنه.

في اللحظة  $t$ ، يكون الانزياح الزاوي للنّوأس  $\theta$  وسرعته الزاوية  $\theta' = \frac{d\theta}{dt}$ .

معطيات: عزم قصور القضيب بالنسبة لمحور الدوران:  $I_0 = \frac{1}{12} m \ell^2$ ،

$\ell = 0.5 \text{ m}$ ،  $m = 3m_1$ ،  $g = 10 \text{ m/s}^2$  و  $\pi^2 = 10$

لـ  $\theta$  ضئيلة:  $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$  و  $\sin \theta \approx \theta$  ( $\theta$  in rd)

مركز قصور النّوأس G، والسطح الأفقي المار بـ  $\theta$  هو المستوى المرجعي لطاقة الجاذبية الكاملة. (١) برهن أنّ:

$$\overline{OG} = \frac{x}{4} \quad \text{أ.}$$

ب- صيغة عزم قصور النّوأس بالنسبة لـ ( $\Delta$ ) هو:  $I = \frac{m}{12} (\ell^2 + 4x^2)$ .

(٢) أوجد صيغة الطاقة الميكانيكية لجهاز (نّوأس، أرض) كدالة من  $\theta$ ،  $\theta'$ ،  $m$ ،  $x$  و  $\ell$ .

(٣) أنشئ المعادلة التفاضلية بدرجة ثانية بـ  $\theta$  التي تحكم اهتزازات النّوأس.

(٤) (أ) برهن انه بالنسبة للاهتزازات الضعيفة، صيغة الزمن الدوري الذاتي للنّوأس هي  $T_0 = \sqrt{\frac{4x^2 + \ell^2}{x}}$ .

(ب) أوجد قيمة  $x$  لكي تكون  $T_0$  في حدها الأدنى.

- استنتج أنّ:  $T_{0(\min)} = 1.41 \text{ s}$ .

(٥) بواسطة جهاز ترابط يلعب النّوأس (P) دور المستثير لنّوأس بسيط ( $P_1$ ) طوله  $\ell_1 = 65 \text{ cm}$ . اهتزازات (P) و ( $P_1$ ) هي قليلة التضاؤل.

(أ) إذا كان الزمن الدوري الذاتي لنّوأس بسيط بالنسبة لاهتزازات ضئيلة هو  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ ، إحسب قيمة الزمن الدوري الذاتي

$T_{01}$  للنّوأس البسيط ( $P_1$ ).

(ب) - يهتز (P) الآن بزمه الدوري الأدنى. تأكدنا أنّ ( $P_1$ ) لا يدخل بالرنين مع (P). علّل ذلك.

- زحلنا (S) بين O و B. تأكدنا أنّ ( $P_1$ ) يهتز بإزاحة قصوى عند قيمة محدودة  $x_0$  لـ  $x$  أوجد قيمة  $x_0$ .

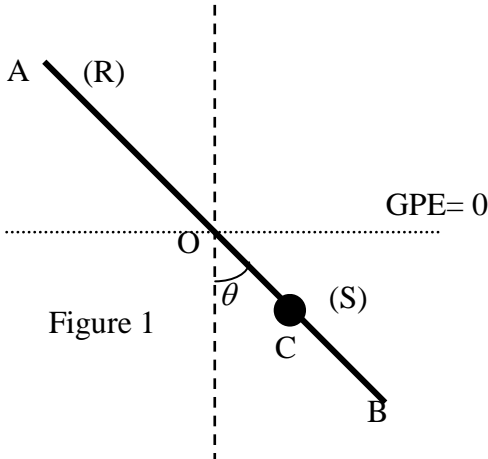


Figure 1

دورة العام ٢٠١٦ العادية الاثنين ١٣ حزيران ٢٠١٦	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : علوم عامة	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات
الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الفيزياء المدة ثلاث ساعات	مشروع معيار التصحيح

### First exercise (7.5 points)

Part of the Q	Answer	Mark
1	The forces acting on the skier : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Normal reaction <math>\vec{N}</math> ;</li> <li>• Weight <math>m\vec{g}</math> ;</li> <li>• The frictional force <math>\vec{f}</math></li> </ul> Diagram.	3/4
2.a	$\vec{P} = M\vec{V}$ since $\vec{V} = C\vec{t}e \Rightarrow \vec{P} = C\vec{t}e$ .	3/4
2.b	$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{Mg} + \vec{N} + \vec{f} = \vec{0}$ project along x'x: $Mg\sin\alpha - f = 0$ $\Rightarrow f = Mg\sin\alpha = 400 \text{ N}$ .	1
3.a	$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{Mg} + \vec{f} + \vec{N} + \vec{f}_1 = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$ Project along x'x $\Rightarrow -f_1 = \frac{MV_B - MV_A}{\Delta t} = -\frac{MV_A}{\Delta t} \Rightarrow f_1 = 800 \text{ N}$ . Or : $\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \sum \vec{F}_{\text{ext}} \Rightarrow \frac{\vec{P}_O - \vec{P}_A}{\Delta t} = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$ Project along x'x : $\frac{0 - MV_A}{\Delta t} = Mg\sin\alpha - f - f_1 = 0 - f_1 = -f_1 \Rightarrow f_1 = 800 \text{ N}$	1
3.b	Because friction and braking forces	1/2
3.c	$\Delta M.E = W(\vec{f}) + W(\vec{f}_1) \Rightarrow M.E_B - M.E_A = W(\vec{f}) + W(\vec{f}_1) \Rightarrow$ $-1/2 MV^2 - Mg AB \sin\alpha = -f \cdot AB - f_1 \cdot AB$ $\Rightarrow (40 \times 900) + (400 \times AB) = 1200 \times AB \Rightarrow AB = 45 \text{ m}$ .	1
4.a.i	$\Delta GPE = GPE_B - GPE_A = 0 - Mg AB \sin\alpha = -Mg AB \sin\alpha = -1800 \text{ J}$	3/4
4.a.ii	$W(M\vec{g}) = Mgh = Mg AB \sin\alpha = 1800 \text{ J}$	1/2
4.b	$\Delta(GPE) = -W(M\vec{g})$ .	1/4
5	$\Delta M.E = \Delta K.E + \Delta GP.E = W(\vec{f}) + W(\vec{f}_1)$ $\Rightarrow \Delta K.E = W(M\vec{g}) + W(\vec{f}) + W(\vec{f}_1)$ since $W(\vec{N}) = 0 \Rightarrow \Delta K.E = \sum W_{\vec{F}_{\text{ext}}}$ Or : $\Delta M.E = \Delta K.E + \Delta GP.E = W(\vec{f}) + W(\vec{f}_1)$ $\Rightarrow \Delta K.E = W(\vec{f}) + W(\vec{f}_1) - \Delta GP.E = W(\vec{f}) + W(\vec{f}_1) + W(M\vec{g})$ Or $W(\vec{N}) = 0 \Rightarrow \Delta K.E = \sum W_{\vec{F}_{\text{ext}}}$	1

## Second exercise (7.5 points)

Part of the Q	Answer	Mark
A.1.a	$u_{BD} = u_L = L \frac{di}{dt} = -LI\omega\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$	3/4
A.1.b	$u_{AM} = u_{BD} \Rightarrow -LI\omega\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = U\sqrt{2} \cos \omega t \Rightarrow LI\omega\sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{2} + \omega t - \frac{\pi}{2}) = U\sqrt{2} \cos \omega t$ By comparison: $U\sqrt{2} = LI\omega\sqrt{2} \Rightarrow L = 0.032 \text{ H} = 32 \text{ mH}$ . <b>Or:</b> $-LI\omega\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = U\sqrt{2} \cos \omega t$ For $t = 0$ : $U\sqrt{2} = LI\omega\sqrt{2} \Rightarrow L = 0.032 \text{ H} = 32 \text{ mH}$ .	3/4
A.2.a	$i = C \frac{du_C}{dt} \Rightarrow u_C = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{I\sqrt{2}}{C\omega} \sin(\omega t + \varphi)$	3/4
A.2.b	$u_{AM} = u_{BD} \Rightarrow U\sqrt{2} \cos \omega t = \frac{I\sqrt{2}}{C\omega} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow U\sqrt{2} \cos \omega t = \frac{I\sqrt{2}}{C\omega} \cos(\frac{\pi}{2} - \omega t - \frac{\pi}{2})$ By comparison: $U\sqrt{2} = \frac{I\sqrt{2}}{C\omega} \Rightarrow C = 3.2 \times 10^{-6} \text{ F} = 3.2 \text{ } \mu\text{F}$ <b>Or:</b> $u_{AM} = u_{BD} \Rightarrow U\sqrt{2} \cos \omega t = \frac{I\sqrt{2}}{C\omega} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ For $t = 0$ : $U\sqrt{2} = \frac{I\sqrt{2}}{C\omega} \sin(\frac{\pi}{2}) \Rightarrow C = 3.2 \times 10^{-6} \text{ F} = 3.2 \text{ } \mu\text{F}$	3/4
B.1	Connections of the oscilloscope 	1/4
B.2	$u_{AM} = u_{AB} + u_{BD} + u_{DM} \Rightarrow$ $U\sqrt{2} \cos \omega t = -LI\omega\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) + \frac{I\sqrt{2}}{C\omega} \sin(\omega t + \varphi) + RI\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$ For $\omega t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 = -LI\sqrt{2} \cos \varphi + \frac{I\sqrt{2}}{C\omega} \cos \varphi - RI\sqrt{2} \sin \varphi \Rightarrow \tan \varphi = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R}$	1
B.3.a	$T = 4 \text{ ms} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = 250 \text{ Hz}$ .	1/2
B.3.b	$ \varphi  = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$ .	1/2
B.4.a	Current resonance	1/4
B.4.b	$\varphi = 0 \Rightarrow \tan \varphi = 0 \Rightarrow \frac{1}{C\omega_0} = L\omega_0 \Rightarrow LC = \frac{1}{\omega_0^2}$ .	1/2
B.5	$\varphi = \frac{\pi}{4} \Rightarrow 1 = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R} \Rightarrow C = \frac{1 - LC\omega^2}{R\omega} = 3.2 \times 10^{-6} \text{ F} = 3.2 \text{ } \mu\text{F}$ $\Rightarrow LC = \frac{1}{\omega_0^2} \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega_0^2} = 32 \text{ mH}$	1 1/2

### Third exercise (7.5 points)

Part of the Q	Answer	Mark
<b>A.I.1</b>	$\lambda, \lambda_0$ and $n^2$ are positive $\Rightarrow n^2 - 4 > 0 \Rightarrow n > 2 \Rightarrow$ the smallest value is $n = 3$ .	1/2
<b>A.I.2</b>	$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4} \Rightarrow \lambda = 656.46 \text{ nm}$ .	1/2
<b>A.I.3</b>	In these conditions: $n = 4$ gives $\lambda = 486.13 \text{ nm}$ $n = 5$ gives $\lambda = 435.05 \text{ nm}$ $n = 6$ gives $\lambda = 410.17 \text{ nm}$	3/4
<b>A.II.1</b>	Ground state $n = 1$ : $E_1 = -13.6 \text{ eV}$ .	1/2
<b>A.II.2</b>	1 <sup>st</sup> energy level (excited): $n = 2$ : $E_2 = -\frac{13.6}{2^2} = -3.4 \text{ eV}$ $E_3 = -1.51 \text{ eV}$ ; $E_4 = -0.85 \text{ eV}$ ; $E_5 = -0.54 \text{ eV}$ and $E_6 = -0.38 \text{ eV}$	1 1/4
<b>A.II.3</b>	The atom is ionized when $n \rightarrow \infty \Rightarrow E_\infty = 0$	1/2
<b>B.1</b>	$W_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_0} = 5.65 \times 10^{-7} \text{ m} = 565 \text{ nm}$	3/4
<b>B.2</b>	The radiations of Balmer series that can produce photoelectric emission verifies the relation $\lambda < \lambda_0$ ; $H_\beta, H_\gamma$ and $H_\delta$ produce this emission because $\lambda < \lambda_0$	1/2
<b>B.3.a</b>	$P_0 = \frac{P_s \times s}{4\pi D^2} = 2.04 \times 10^{-5} \text{ W}$	3/4
<b>B.3.b</b>	$N_{\%s} = \frac{P_0}{E_{\text{photon}}} = \frac{P_0 \times \lambda_\beta}{h \times c} = 4.99 \times 10^{13} \text{ photons / s}$	3/4
<b>B.3.b</b>	The number of effective photons = number of emitted electrons $N_e$ $\Rightarrow N_e = r \times N_0 = 4.37 \times 10^{11} \text{ electrons/s}$ $I_0 = \frac{q}{t} = \frac{N_e e}{t} = 6.99 \times 10^{-8} \text{ A}$	3/4

#### Fourth exercise (7.5 points)

Part of the Q	Answer	Mark
1.a	$(m + m_1) \overline{OG} = m \overline{OO} + m_1 \overline{OM} \Rightarrow \overline{OG} = \frac{x}{4}$	1/2
1.b	$I_{(sys)} = I_{(rod)} + I_{(S)} \Rightarrow I = \frac{1}{12} m \ell^2 + \frac{m}{3} x^2 = \frac{m}{12} (4x^2 + \ell^2)$	1/2
2	$ME = \frac{1}{2} I \theta'^2 - (m + m_1) g \overline{OG} \cos \theta = \frac{m}{24} (4x^2 + \ell^2) \theta'^2 - \frac{m}{3} g x \cos \theta$	3/4
3.a	$ME = Cte \Rightarrow \frac{dME}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{m}{12} (4x^2 + \ell^2) \theta' \theta'' + \frac{m}{3} g x \theta' \sin \theta = 0, \theta' \neq 0$ For small angle $\sin \theta \approx \theta$ (rd) $\Rightarrow \theta'' + \left( \frac{4gx}{4x^2 + \ell^2} \right) \theta = 0$ .	3/4
3.b	This differential equation has the form: $\theta'' + \omega_0^2 \theta = 0 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{4gx}{4x^2 + \ell^2}} \Rightarrow T_0 = \sqrt{\frac{4x^2 + \ell^2}{x}}$ .	1/2
4.a	$\frac{dT_0}{dx} = \frac{1}{2} \left( \frac{4x^2 - \ell^2}{x^2} \right) \left( \frac{4x^2 + \ell^2}{x} \right)^{-\frac{1}{2}}$ ; $T_0$ is minimum when $\frac{dT_0}{dx} = 0$ for $x \in \left] 0, \frac{\ell}{2} \right]$ $\Rightarrow 4x^2 - \ell^2 = 0$ ; then $T_0$ is minimal for $4x^2 = \ell^2 \Rightarrow x = \frac{\ell}{2}$ .	1 1/2
4.b	$T_0 = \sqrt{\frac{\ell^2 + \ell^2}{\frac{\ell}{2}}} = 2\sqrt{\ell} = 1.41 \text{ s}$	1/2
5.a	$T_{01} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_1}{g}} = 1.61 \text{ s}$	1/2
5.b.i	The phenomenon of amplitude resonance will take place when the proper period of the exciter becomes equal (very close) of that of the resonator. As $T_0 = 1.41 \text{ s}$ of (P) is smaller than $T_{01} = 1.61 \text{ S}$ of (P <sub>1</sub> ), therefore the phenomenon of resonance does not take place	1/2
5.b.ii	(P <sub>1</sub> ) oscillates with large amplitude, therefore it is in resonance of amplitude with (P); and then the proper period of (P) is equal to $T_{01} = 1.61 \text{ s}$ . $4x^2 - (1,61)^2 x + \ell^2 = 0$ $\Rightarrow$ The solution of this quadratic equation gives; $x_1 = 53 \text{ cm}$ (rejected because it is $>$ than $\frac{\ell}{2} = 25 \text{ cm}$ ) and $x_2 = 11.75 \text{ cm}$ (accepted)	1 1/2