

الاسم:
الرقم:

مسابقة في مادة الرياضيات
المدة ساعتان

عدد المسائل: خمسة

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختران المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I- (2 points)

On considère les trois nombres A, B et C.

$$A = \frac{9}{2} - \frac{9}{2} \times \frac{1}{3} \quad ; \quad B = \frac{10^{14} \times 2^{10}}{5 \times 4 \times 10^{12} \times 2^9} \quad ; \quad C = (2 + \sqrt{5})^2 + (1 - 2\sqrt{5})^2.$$

- 1) En détaillant les étapes de calcul, montrer que A, B et C sont des entiers naturels.
- 2) Vérifier que $A \times B = C$.

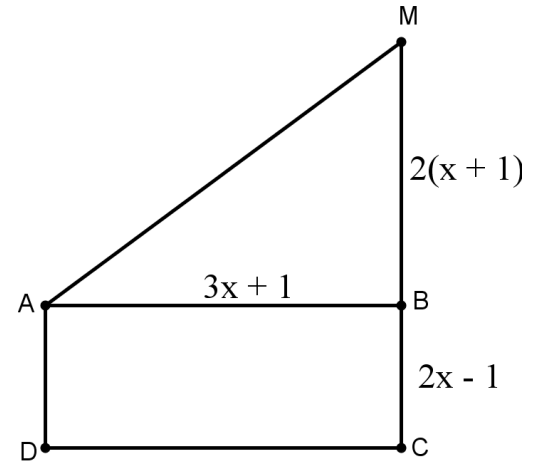
II- (4 points)

On donne $E(x) = (3x + 1)(2x - 1) - (3x + 1)(x + 1)$.

- 1) Montrer que $E(x) = (3x + 1)(x - 2)$.
- 2) Résoudre l'équation $E(x) = 0$.
- 3) Dans la figure ci-contre :
 - x est une longueur exprimée en cm telle que $x > 1$.
 - ABCD est un rectangle tel que $AB = 3x + 1$ et $BC = 2x - 1$.
 - ABM est un triangle rectangle en B, tel que $MB = 2(x + 1)$.

On désigne par S l'aire de ABCD et S' l'aire de ABM.

- a. Exprimer S et S' en fonction de x.
- b. Vérifier que $S - S' = E(x)$.
- c. Calculer x dans le cas où $S = S'$.



III- (3 points)

1) Résoudre le système suivant:
$$\begin{cases} 6x + 4y = 20\,000 \\ 2x + 8y = 15\,000 \end{cases}$$

- 2) Une bibliothèque fait une réduction de 40% sur le prix d'un cahier et de 60% sur le prix d'un crayon.

Le prix total, avant réduction, de 2 cahiers et de 8 crayons était 15 000 L.L.

Le prix total, après réduction, d'un cahier et d'un crayon est 2 000 L.L.

- a. Montrer que les informations précédentes se traduisent par le système ci-dessus.
- b. Trouver le prix d'un cahier et d'un crayon après la réduction.

IV- (6 points)

Dans un repère orthonormé d'axes $(x'Ox, y'Oy)$, on considère les points $A(-2; 0)$ et $B(1; 3)$.

Soit (d) la droite d'équation $y = -x + 4$.

1) a. Placer les points A et B.

b. Vérifier, par le calcul, que B est un point de la droite (d) , puis tracer (d) .

c. Déterminer l'équation de la droite (AB) et vérifier que (AB) est perpendiculaire à (d) .

d. La droite (d) coupe $x'Ox$ en E et $y'Oy$ en F. Calculer les coordonnées des points E et F.

2) Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABF.

a. Déterminer les coordonnées du point I, centre du cercle (C) et calculer le rayon de ce cercle.

b. Vérifier que O est un point du cercle (C) .

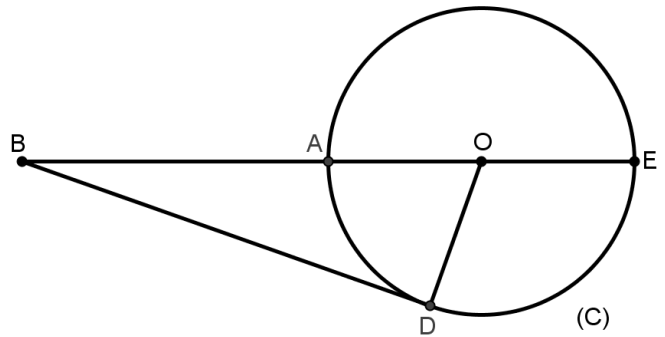
3) a. Calculer AB.

b. Calculer, arrondie au degré près, la mesure de l'angle BAF.

V- (5 points)

Dans la figure ci-contre:

- $AE = 4$ cm.
- (C) est le cercle de diamètre $[AE]$ de centre O.
- B est le symétrique de E par rapport à A.
- (BD) est la tangente à (C) en D.



1) Reproduire cette figure.

2) Calculer BD.

3) La parallèle menée de A à (OD) coupe la droite (BD) en M et la droite (ED) en L.

a. Montrer que D est le milieu de $[EL]$.

b. Dédire que M est le point de rencontre des médianes (centre de gravité) du triangle EBL.

4) a. Montrer que les deux triangles BDE et BAD sont semblables.

b. Calculer $\frac{DE}{DA}$.

5) Soit F le translaté de A par la translation de vecteur \overrightarrow{ED} .

a. Montrer que ADLF est un rectangle.

b. Montrer que F est le milieu de $[BL]$.

c. Dédire que les points E, M et F sont alignés.

Question I

	Réponses	note
1	$A = \frac{9}{2} - \frac{9}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{9}{2} - \frac{3}{2} = \frac{6}{2} = 3, \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $B = \frac{10^{14} \times 2^{10}}{5 \times 4 \times 10^{12} \times 2^9} = \frac{10^2 \times 2}{20} = \frac{200}{20} = 10 \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $C = (2 + \sqrt{5})^2 + (1 - 2\sqrt{5})^2 = 4 + 4\sqrt{5} + 5 + 1 - 4\sqrt{5} + 20 = 30 \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	1 $\frac{3}{4}$
2	$A \times B = 3 \times 10 = 30$ $c = 30$ <p>Donc : $A \times B = C$</p>	$\frac{1}{4}$

Question II

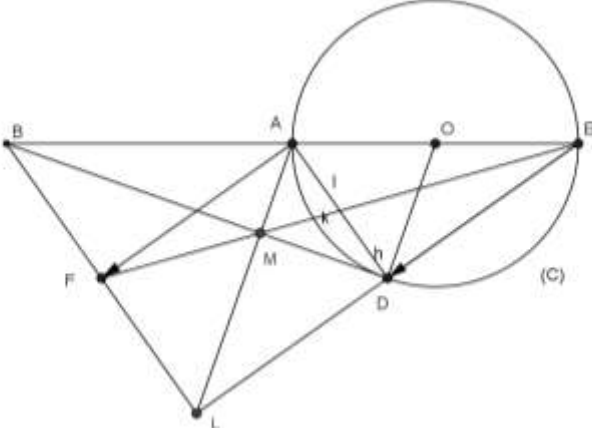
1	$E(x) = (3x+1)(2x-1-x-1) = (3x+1)(x-2) \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
2	$(3x+1)(x-2) = 0$ alors $x = \frac{-1}{3}$ ou $x = 2 \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
3.a	$S = (3x+1)(2x-1)$ $S' = (3x+1)(x+1) \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$	1 $\frac{1}{4}$
3.b	$S-S' = (3x+1)(2x-1) - (3x+1)(x+1) = E(x)$	$\frac{1}{2}$
3.c	$S=S'$ alors $S-S' = 0$; $E(x) = 0$ $x = -1/3$ (à rejeter) $x = 2$ (acceptable) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	1

Question III

1	$x = 25000$; $y = 1250 \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$	1
2.a	1 ^{ère} équation: $2x + 8y = 15000 \frac{1}{4}$ 2 ^{ème} équation: $(1-0.4)x + (1-0.6)y = 2000$ alors $6x + 4y = 20000 \frac{3}{4}$	1
2.b	Prix d'un cahier = $2500 \times (0.6) = 1500$ L.L $\frac{1}{2}$ prix d'un crayon = $1250 \times (0.4) = 500$ L.L $\frac{1}{2}$	1

Question IV

1.a		$\frac{1}{2}$
1.b	$x_B = 1$ $-x_B + 4 = 3 = y_B \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$ (pour tracer la droite)	$\frac{3}{4}$
1.c	Equation de (AB) : $y = x + 2 \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ Pente (AB) = 1 et pente(d) = -1 alors pente(AB) \times pente(d) = -1 $\frac{1}{4}$ Donc (AB) est perpendiculaire à (d)	1 $\frac{1}{4}$
1.d	$E(4;0)$ et $F(0; 4) \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

2.a	$\widehat{ABF} = 90^\circ$ (ABF triangle inscrit dans un demi-cercle de diamètre [AF]) $\frac{1}{4}$ I milieu de [AF] alors I(-1; 2) $\frac{1}{2}$ $R = \frac{AF}{2} = \sqrt{5}$ ou $AI = IB = IF = R = \sqrt{5}$ $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{4}$
2.b	$OI = \sqrt{5}$ ou $\widehat{AOF} = 90^\circ$ donc O est un point du cercle. $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
3.a	$AB = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
3.b	$\cos \widehat{BAF} = \frac{AB}{AF} = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$ $\frac{1}{4}$ Alors $\widehat{BAF} = \cos^{-1} \left(\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} \right) = 18,43^\circ \approx 18^\circ \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
	Question V	
1		$\frac{1}{2}$
2	Dans le triangle ABD rectangle en D D'après Pythagore $BD^2 = OB^2 - OD^2$ $BD = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$
3.a	Dans le triangle ALE : (AL) // (OD) et O milieu de [AE] D'après la réciproque du théorème des milieux , D milieu de [EL].	$\frac{1}{2}$
3.b	Dans le triangle BEL : [LA] et [BD] sont deux médianes qui se coupent en M, donc M centre de gravité.	$\frac{1}{2}$
4.a	Les 2 triangles BDE et BAD sont semblables car : \widehat{B} angle commun $\frac{1}{2}$ $\widehat{ADB} = \widehat{AED} = \frac{\widehat{AD}}{2}$ $\frac{1}{2}$	1
4.b	Rapport de similitude : $\frac{BE}{BD} = \frac{DE}{DA} = \frac{BD}{BA}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{DE}{DA} = \frac{BD}{BA} = \frac{4\sqrt{2}}{4} = \sqrt{2}$ $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
5.a	$\vec{AF} = \vec{ED} = \vec{DL}$ donc AFLD parallélogramme $\frac{1}{4}$ $\widehat{ADL} = 90^\circ$ alors AFLD rectangle $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
5.b	AD = FL (côté opposé dans un rectangle) $AD = \frac{BL}{2}$ (Théorème des milieux) $\frac{1}{4}$ Donc BL = 2 FL , B, F et L alignés ((AD) // (BL) et (AD) // (FL)) $\frac{1}{4}$ Alors F milieu de [BL]	$\frac{1}{2}$
5.c	[EF] 3 ^{ème} médiane dans le triangle EBL Donc E, M et F sont alignés.	$\frac{1}{2}$