

الاسم:  
الرقم:

مسابقة في مادة الرياضيات  
المدة ساعتان

عدد المسائل: خمسة

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختران المعلومات او رسم البيانات.  
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

### I- (2 points)

On considère les trois nombres A, B et C.

$$A = \frac{9}{2} - \frac{9}{2} \times \frac{1}{3} \quad ; \quad B = \frac{10^{14} \times 2^{10}}{5 \times 4 \times 10^{12} \times 2^9} \quad ; \quad C = (2 + \sqrt{5})^2 + (1 - 2\sqrt{5})^2.$$

- 1) En détaillant les étapes de calcul, montrer que A, B et C sont des entiers naturels.
- 2) Vérifier que  $A \times B = C$ .

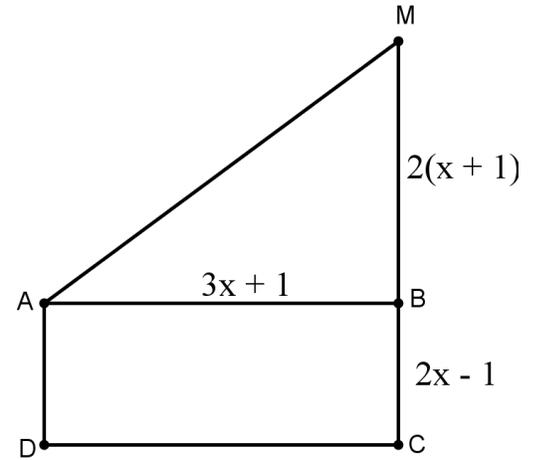
### II- (4 points)

On donne  $E(x) = (3x + 1)(2x - 1) - (3x + 1)(x + 1)$ .

- 1) Montrer que  $E(x) = (3x + 1)(x - 2)$ .
- 2) Résoudre l'équation  $E(x) = 0$ .
- 3) Dans la figure ci-contre :
  - $x$  est une longueur exprimée en cm telle que  $x > 1$ .
  - ABCD est un rectangle tel que  $AB = 3x + 1$  et  $BC = 2x - 1$ .
  - ABM est un triangle rectangle en B, tel que  $MB = 2(x + 1)$ .

On désigne par S l'aire de ABCD et S' l'aire de ABM.

- a. Exprimer S et S' en fonction de x.
- b. Vérifier que  $S - S' = E(x)$ .
- c. Calculer x dans le cas où  $S = S'$ .



### III- (3 points)

1) Résoudre le système suivant: 
$$\begin{cases} 6x + 4y = 20\,000 \\ 2x + 8y = 15\,000 \end{cases}$$

- 2) Une bibliothèque fait une réduction de 40% sur le prix d'un cahier et de 60% sur le prix d'un crayon.

Le prix total, avant réduction, de 2 cahiers et de 8 crayons était 15 000 L.L.

Le prix total, après réduction, d'un cahier et d'un crayon est 2 000 L.L.

- a. Montrer que les informations précédentes se traduisent par le système ci-dessus.
- b. Trouver le prix d'un cahier et d'un crayon après la réduction.

#### IV- (6 points)

Dans un repère orthonormé d'axes  $(x'Ox, y'Oy)$ , on considère les points  $A(-2; 0)$  et  $B(1; 3)$ .

Soit  $(d)$  la droite d'équation  $y = -x + 4$ .

1) a. Placer les points A et B.

b. Vérifier, par le calcul, que B est un point de la droite  $(d)$ , puis tracer  $(d)$ .

c. Déterminer l'équation de la droite  $(AB)$  et vérifier que  $(AB)$  est perpendiculaire à  $(d)$ .

d. La droite  $(d)$  coupe  $x'Ox$  en E et  $y'Oy$  en F. Calculer les coordonnées des points E et F.

2) Soit  $(C)$  le cercle circonscrit au triangle ABF.

a. Déterminer les coordonnées du point I, centre du cercle  $(C)$  et calculer le rayon de ce cercle.

b. Vérifier que O est un point du cercle  $(C)$ .

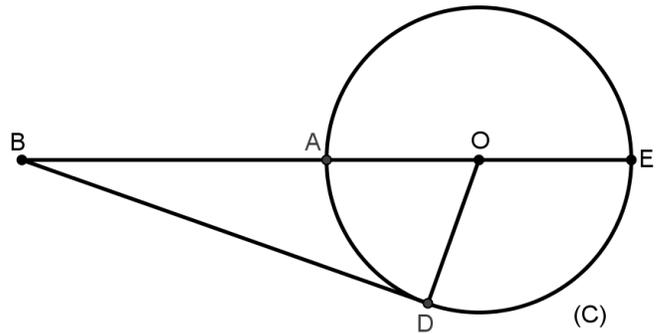
3) a. Calculer AB.

b. Calculer, arrondie au degré près, la mesure de l'angle BAF.

#### V- (5 points)

Dans la figure ci-contre:

- $AE = 4$  cm.
- $(C)$  est le cercle de diamètre  $[AE]$  de centre O.
- B est le symétrique de E par rapport à A.
- $(BD)$  est la tangente à  $(C)$  en D.



1) Reproduire cette figure.

2) Calculer BD.

3) La parallèle menée de A à  $(OD)$  coupe la droite  $(BD)$  en M et la droite  $(ED)$  en L.

a. Montrer que D est le milieu de  $[EL]$ .

b. Dédire que M est le point de rencontre des médianes (centre de gravité) du triangle EBL.

4) a. Montrer que les deux triangles BDE et BAD sont semblables.

b. Calculer  $\frac{DE}{DA}$ .

5) Soit F le translaté de A par la translation de vecteur  $\overrightarrow{ED}$ .

a. Montrer que ADLF est un rectangle.

b. Montrer que F est le milieu de  $[BL]$ .

c. Dédire que les points E, M et F sont alignés.

## Question I

	Réponses	note
1	$A = \frac{9}{2} - \frac{9}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{9}{2} - \frac{3}{2} = \frac{6}{2} = 3, \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $B = \frac{10^{14} \times 2^{10}}{5 \times 4 \times 10^{12} \times 2^9} = \frac{10^2 \times 2}{20} = \frac{200}{20} = 10 \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $C = (2 + \sqrt{5})^2 + (1 - 2\sqrt{5})^2 = 4 + 4\sqrt{5} + 5 + 1 - 4\sqrt{5} + 20 = 30 \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	1 3/4
2	$A \times B = 3 \times 10 = 30$ $c = 30$ <p>Donc : <math>A \times B = C</math></p>	1/4

## Question II

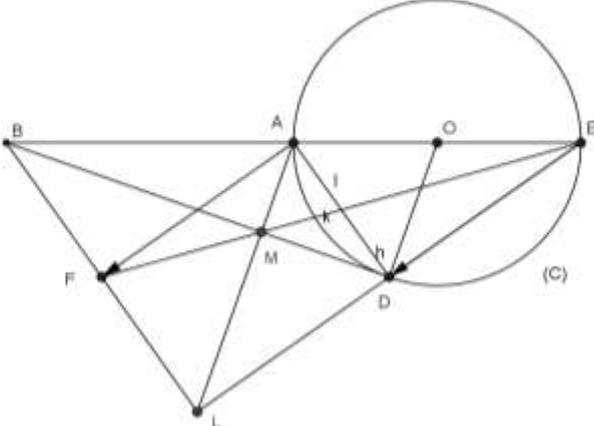
1	$E(x) = (3x + 1)(2x - 1 - x - 1) = (3x + 1)(x - 2) \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$	3/4
2	$(3x + 1)(x - 2) = 0$ alors $x = \frac{-1}{3}$ ou $x = 2 \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	1/2
3.a	$S = (3x + 1)(2x - 1)$ $S' = (3x + 1)(x + 1) \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$	1 1/4
3.b	$S - S' = (3x + 1)(2x - 1) - (3x + 1)(x + 1) = E(x)$	1/2
3.c	$S = S'$ alors $S - S' = 0$ ; $E(x) = 0$ $x = -1/3$ (à rejeter) $x = 2$ (acceptable) 1/4 + 1/4 + 1/4 + 1/4	1

## Question III

1	$x = 25000$ ; $y = 1250 \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$	1
2.a	1 <sup>ère</sup> équation: $2x + 8y = 15000 \frac{1}{4}$ 2 <sup>ème</sup> équation: $(1 - 0.4)x + (1 - 0.6)y = 2000$ alors $6x + 4y = 20000 \frac{3}{4}$	1
2.b	Prix d'un cahier = $2500 \times (0.6) = 1500$ L.L 1/2 prix d'un crayon = $1250 \times (0.4) = 500$ L.L 1/2	1

## Question IV

1.a		1/2
1.b	$x_B = 1$ $-x_B + 4 = 3 = y_B \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$ (pour tracer la droite)	3/4
1.c	Equation de (AB) : $y = x + 2 \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ Pente (AB) = 1 et pente(d) = -1 alors pente(AB) $\times$ pente(d) = -1 1/4 Donc (AB) est perpendiculaire à (d)	1 1/4
1.d	$E(4; 0)$ et $F(0; 4) \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	1/2

2.a	$\widehat{ABF} = 90^\circ$ ( ABF triangle inscrit dans un demi-cercle de diamètre [AF]) $\frac{1}{4}$ I milieu de [AF] alors I(-1; 2) $\frac{1}{2}$ $R = \frac{AF}{2} = \sqrt{5}$ ou $AI = IB = IF = R = \sqrt{5}$ $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{4}$
2.b	$OI = \sqrt{5}$ ou $\widehat{AOF} = 90^\circ$ donc O est un point du cercle. $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
3.a	$AB = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
3.b	$\cos \widehat{BAF} = \frac{AB}{AF} = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$ $\frac{1}{4}$ Alors $\widehat{BAF} = \cos^{-1} \left( \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} \right) = 18,43^\circ \approx 18^\circ \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
	<b>Question V</b>	
1		$\frac{1}{2}$
2	Dans le triangle ABD rectangle en D D'après Pythagore $BD^2 = OB^2 - OD^2$ $BD = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$
3.a	Dans le triangle ALE : (AL) // (OD) et O milieu de [AE] D'après la réciproque du théorème des milieux , D milieu de [EL].	$\frac{1}{2}$
3.b	Dans le triangle BEL : [ LA] et [ BD] sont deux médianes qui se coupent en M, donc M centre de gravité.	$\frac{1}{2}$
4.a	Les 2 triangles BDE et BAD sont semblables car : $\widehat{B}$ angle commun $\frac{1}{2}$ $\widehat{ADB} = \widehat{AED} = \frac{\widehat{AD}}{2}$ $\frac{1}{2}$	1
4.b	Rapport de similitude : $\frac{BE}{BD} = \frac{DE}{DA} = \frac{BD}{BA}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{DE}{DA} = \frac{BD}{BA} = \frac{4\sqrt{2}}{4} = \sqrt{2}$ $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
5.a	$\vec{AF} = \vec{ED} = \vec{DL}$ donc AFLD parallélogramme $\frac{1}{4}$ $\widehat{ADL} = 90^\circ$ alors AFLD rectangle $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
5.b	AD = FL (côté opposé dans un rectangle) $AD = \frac{BL}{2}$ (Théorème des milieux) $\frac{1}{4}$ Donc BL = 2 FL , B, F et L alignés ( (AD) // (BL) et (AD) // (FL)) $\frac{1}{4}$ Alors F milieu de [BL]	$\frac{1}{2}$
5.c	[EF] 3 <sup>ème</sup> médiane dans le triangle EBL Donc E, M et F sont alignés.	$\frac{1}{2}$