

عدد المسائل: خمسة	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	الاسم: الرقم:
-------------------	--	------------------

ارشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I- (علامتان)

لتكن الأعداد التالية A و B و C :

$$C = (2 + \sqrt{5})^2 + (1 - 2\sqrt{5})^2 ; B = \frac{10^{14} \times 2^{10}}{5 \times 4 \times 10^{12} \times 2^9} ; A = \frac{9}{2} - \frac{9}{2} \times \frac{1}{3}$$

- (١) بيّن الخطوات الحسابية المتبّعة كي تبرهن أن A و B و C هي أعداد طبيعية.
(٢) تحقّق أنّ: $A \times B = C$.

II- (٤ علامات)

نُعطى المقدار: $E(x) = (3x+1)(2x-1) - (3x+1)(x+1)$.

(١) برهن أنّ: $E(x) = (3x+1)(x-2)$.

(٢) حلّ المعادلة: $E(x) = 0$.

(٣) في الصورة التالية نعتبر أنّ:

• x هي طول بالسنتيمتر، حيث أنّ $x > 1$.

• ABCD هو مستطيل علماً أنّ: $AB = 3x+1$ و $BC = 2x-1$.

• ABM هو مثلث قائم في الرأس B، حيث أنّ $MB = 2(x+1)$.

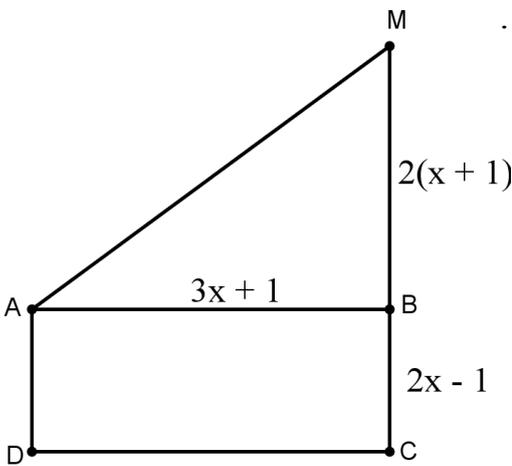
نرمز بالحرف S إلى مساحة المستطيل ABCD

وبالحرف S' إلى مساحة المثلث ABM.

أ- أكتب S و S' بدلالة x.

ب- تحقّق أنّ: $S - S' = E(x)$.

ج- أحسب x حيث أنّ $S = S'$.



III- (٣ علامات)

١- حل نظام المعادلات الآتي :

$$\begin{cases} 6x + 4y = 20000 \\ 2x + 8y = 15000 \end{cases}$$

٢- أعلنت إحدى المكتبات عن حسم نسبته 40 % على سعر الدفتر، وحسم نسبته 60 % على سعر القلم.

السعر الأساسي لدفترين وثمانية أقلام هو 15000 ل.ل.

السعر بعد الحسم لدفتر واحد وقلم واحد هو 2000 ل.ل.

أ- برهن أن المعطيات السابقة تتمثل بنظام المعادلات أعلاه.

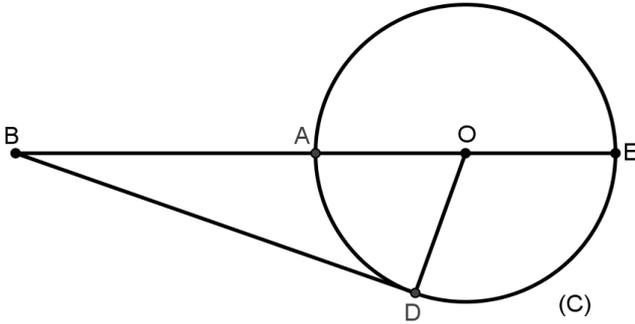
ب- جد سعر الدفتر الواحد وسعر القلم الواحد بعد الحسم.

IV - (6 علامات)

في المستوي الإحداثي $(x'Ox, y'Oy)$ نعطى النقاط $A(-2; 0)$ و $B(1; 3)$ وكذلك المستقيم (d) ذو المعادلة $y = -x + 4$.

- ١) أ- ضع النقاط A و B في المستوي الإحداثي.
ب- تحقق حسابياً أن النقطة B تقع على المستقيم (d). أرسم المستقيم (d).
ج- جد معادلة المستقيم (AB) ، و تحقق أن (AB) متعامد مع المستقيم (d).
د- يتقاطع المستقيم (d) مع المحور $x'Ox$ في النقطة E . كما يتقاطع مع المحور $y'Oy$ في النقطة F .
أحسب إحداثيات النقطة E والنقطة F .
- ٢) لتكن (C) الدائرة المحيطة بالمثلث ABF .
أ- حدّد إحداثيات النقطة I مركز الدائرة (C) . احسب نصف قطر الدائرة (C) .
ب- تحقق أن النقطة O تقع على الدائرة (C) .
٣) أ- أحسب AB .
ب- أحسب قياس الزاوية BAF مقرباً إلى أقرب درجة.

V - (5 علامات)



في الرسم المقابل:

- $AE = 4 \text{ cm}$.
 - (C) هي دائرة قطرها $[AE]$ ومركزها O .
 - النقطة B هي تناظر النقطة E بالنسبة للنقطة A (منتصف $[BE]$).
 - (BD) هي مماس الدائرة (C) في النقطة D .
- ١) انسخ الصورة.
 - ٢) أحسب BD .
 - ٣) المستقيم المار بالنقطة A والموازي لـ (OD) يتقاطع مع (BD) في النقطة M ومع (ED) في النقطة L .
أ- برهن أن النقطة D هي منتصف $[EL]$.
ب- استنتج أن النقطة M هي نقطة ارتكاز المثلث EBL .
 - ٤) أ- برهن أن المثلثين BDE و BAD متشابهين.
ب- أحسب $\frac{DE}{DA}$.
 - ٥) لتكن النقطة F هي انسحاب النقطة A بواسطة المتجه \overrightarrow{ED} .
أ- برهن أن $ADLF$ هو مستطيل.
ب- برهن أن النقطة F هي منتصف $[BL]$.
ج- استنتج أن النقاط E و M و F تقع على استقامة واحدة.

Question I

	Answers	note
1	$A = \frac{9}{2} - \frac{9}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{9}{2} - \frac{3}{2} = \frac{6}{2} = 3,$ $B = \frac{10^{14} \times 2^{10}}{5 \times 4 \times 10^{12} \times 2^9} = \frac{10^2 \times 2}{20} = \frac{200}{20} = 10$ $C = (2 + \sqrt{5})^2 + (1 - 2\sqrt{5})^2 = 4 + 4\sqrt{5} + 5 + 1 - 4\sqrt{5} + 20 = 30$	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$
2	$A \times B = 3 \times 10 = 30$ $c = 30$ Then : $A \times B = C$	$\frac{1}{4}$

Question II

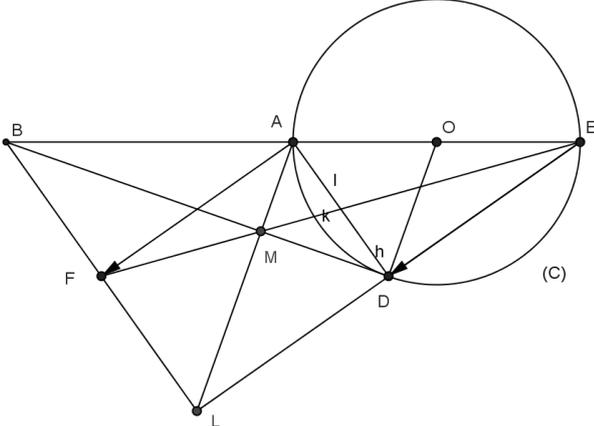
1	$E(x) = (3x + 1)(2x - 1 - x - 1) = (3x + 1)(x - 2).$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
2	$(3x + 1)(x - 2) = 0$ Then $x = \frac{-1}{3}$ or $x = 2$	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
3.a	$S = (3x + 1)(2x - 1)$ $S' = (3x + 1)(x + 1)$	$\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$	$1\frac{1}{4}$
3.b	$S - S' = (3x + 1)(2x - 1) - (3x + 1)(x + 1) = E(x)$		$\frac{1}{2}$
3.c	$S = S'$ then $S - S' = 0$; $E(x) = 0$ $x = -1/3$ (rejected) $x = 2$ (accepted)	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	1

Question III

1	$x = 25000$; $y = 1250$	$\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$	1
2.a	1 st equation: $2x + 8y = 15000$ 2 nd equation: $(1 - 0.4)x + (1 - 0.6)y = 2000$ then $6x + 4y = 20000$	$\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$	1
2.b	The price of a copybook = $2500 \times (0.6) = 1500$ L.L The price of a pencil = $1250 \times (0.4) = 500$ L.L	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	1

Question IV

1.a			$\frac{1}{2}$
1.b	$x_B = 1$ $-x_B + 4 = 3 = y_B$	$\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$ (For drawing the line)	$\frac{3}{4}$
1.c	Equation of (AB) : $y = x + 2$ slope (AB) = 1 and slope (d) = -1 then slope(AB) \times slope(d) = -1	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{4}$
1.d	E(4;0) and F(0 ; 4)	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

2.a	$\widehat{ABF} = 90^\circ$ (ABF is inscribed in a semicircle of diameter [AF]) $\frac{1}{4}$ I midpoint of [AF] then I(-1; 2) $\frac{1}{2}$ $R = \frac{AF}{2} = \sqrt{5}$ or $AI = IB = IF = R = \sqrt{5}$ $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{4}$
2.b	$OI = \sqrt{5}$ or $\widehat{AOF} = 90^\circ$ then O is a point of the circle. $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
3.a	$AB = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
3.b	$\cos \widehat{BAF} = \frac{AB}{AF} = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$ $\frac{1}{4}$ Then $\widehat{BAF} = \cos^{-1}\left(\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}\right) = 18,43^\circ \approx 18^\circ$ $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
	Question V	
1		$\frac{1}{2}$
2	The triangle ABD is right at D Then by Pythagoras theorem $BD^2 = OB^2 - OD^2$ $BD = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$
3.a	In the triangle ALE : (AL) // (OD) and O midpoint of [AE] Then by the converse of the midpoint theorem, D midpoint of [EL].	$\frac{1}{2}$
3.b	In the triangle BEL : [LA] and [BD] are two medians intersect at M, then M centroid.	$\frac{1}{2}$
4.a	The 2 triangles BDE and BAD are similar since : \widehat{B} is a common angle $\frac{1}{2}$ $\widehat{ADB} = \widehat{AED} = \frac{\widehat{AD}}{2}$ $\frac{1}{2}$	1
4.b	The ratio of similarity : $\frac{BE}{BD} = \frac{DE}{DA} = \frac{BD}{BA}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{DE}{DA} = \frac{BD}{BA} = \frac{4\sqrt{2}}{4} = \sqrt{2}$ $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
5.a	$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DL}$ then AFLD is a parallelogram $\frac{1}{4}$ $\widehat{ADL} = 90^\circ$ then AFLD is a rectangle $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
5.b	$AD = FL$ (Opposite sides in a rectangle) $AD = \frac{BL}{2}$ (Midpoint theorem) $\frac{1}{4}$ Then $BL = 2 FL$, B, F and L are collinear ((AD) // (BL) and (AD) // (FL)) $\frac{1}{4}$ Then F midpoint of [BL]	$\frac{1}{2}$
5.c	[EF] 3 rd median in the triangle EBL then E, M and F are collinear.	$\frac{1}{2}$