وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات	الشهادة الثانوية العامة فرع: الاجتماع والاقتصاد	دورة العام ٢٠١٥ الاستثنائيّة الخميس ٢٠ آب ٢٠١٥
عدد المسائل: اربع	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	الاسم: الرقم:

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الاجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I- (4 points)

Une entreprise produit et vend un certain produit.

Le tableau suivant donne la demande y (en centaines d'unités) en fonction du prix unitaire x (en milliers de LL).

Prix unitaire x_i en milliers LL	8	9	10	12	14
Quantité demandée y_i en centaines d'unités	12	10	6	5	4

On suppose que le modèle donné reste valable lorsque le prix augmente.

1) a- Calculer les moyennes $\overline{x}$ et $\overline{y}$.

b- Une équation de la droite de régression $\left(D_{y/x}\right)$ est : $y = -1{,}3017x + b$.

Déduire de la question précédente, que b = 21,198.

2) Déterminer le coefficient de corrélation r et donner une interprétation à la valeur ainsi trouvée.

3) a- Exprimer l'élasticité de la demande en fonction du prix unitaire x.

b- Pour une augmentation de 1% du prix unitaire x_0, la demande diminue de 4%.

Calculer x_0.

c- Estimer, en LL, le revenu pour un prix unitaire de 12 500 LL.

II- (4 points)

Une patisserie produit et vend des barres de chocolat.

Pour la promotion de la vente, le chocolatier insère des bons d'achats dans 50% de sa production à raison de 1 ou de 2 bons par barre.

Parmi les barres gagnantes : 60% contiennent 1 bon et le reste en contient 2.

1) Un client achète une barre de chocolat. On considère les événements suivants:

- G: « le client achète une barre gagnante »
- U: « le client trouve un seul bon».
- D: « le client trouve 2 bons».

a- Montrer que la probabilité que le client trouve un seul bon est 0,3.

b- Soit X la variable aléatoire égale au nombre de bons trouvés dans la barre que le client achète. Déterminer la loi de probabilité de X.

2) Dans cette partie, on suppose que la patisserie a produit 200 barres de chocolat.

Un client achète deux barres de chocolat choisies simultanément et au hasard.

a- Calculer la probabilité que le client ne trouve aucun bon.

b- Calculer la probabilité que le client trouve au moins un bon.

c- Calculer la probabilité que le client trouve 2 bons.

III- (4 points)

Pour acheter une voiture à 30 000 000 LL, Wassim paie 5 000 000 LL comme premier versement et emprunte le reste d'une banque "A" qui lui offre de rendre son emprunt en versements mensuels égaux à un taux d'intérêt annuel de 7% sur une période de 3 ans avec capitalisation mensuelle des intérêts.

A-

1) a- Déterminer le montant de chaque versement mensuel.
   b- Calculer les intérêts payés par Wassim durant ces 3 ans.
2) Au moment même, Wassim dépose dans une autre banque "B" un capital de 25 000 000 LL à un taux d'intérêt annuel de 6% sur une période de 3 ans avec capitalisation trimestrielle des intérêts. Calculer les intérêts que Wassim aura de la banque "B" au bout de 3 ans.
3) Wassim a-t-il pris la bonne décision quand il a choisi d'emprunter le reste du prix de la voiture? Justifier.

B-

On suppose que la durée de vie utile de cette voiture est de 10 ans et que sa valeur résiduelle est estimée à 5 000 000 LL.

1) Calculer l'amortissement annuel constant de cette voiture.
2) Que sera le prix de cette voiture dans 5 ans ?

IV- (8 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 3 - (x+1)e^{-x+1}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

A-

1) a- Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et calculer $f(-1)$.
   b- Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x).$ Déduire une asymptote (d) à (C).
   c- Etudier, suivant les valeurs de x, la position relative de (C) et (d).
2) a- Montrer que $f'(x) = xe^{-x+1}$ et dresser le tableau de variations de f.
   b- Tracer (d) et (C).
3) a- Montrer que : $\int (x+1)e^{-x+1}dx = (-x-2)e^{-x+1} + k$ où k est une constante réelle.
   b- Déduire l'aire du domaine limité par (C), (d) et les deux droites d'équations $x = 0$ et $x = 3$.

B-

Une entreprise produit des montres. Le coût total de production, en millions LL, est donné par $C_T(x) = 6 - (x+2)e^{-x+1}$ où x est exprimé en centaines de montres ($0 \le x \le 4$)

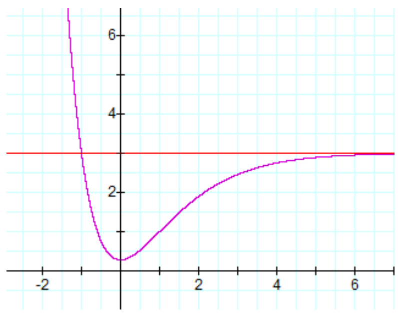
1) Calculer le coût total de production de 300 montres.
2) 75% des montres sont vendues à 40 000 LL l'une et le reste est offert gratuitement.
   a- Montrer que le profit total est exprimé par $P(x) = 3x - 6 + (x+2)e^{-x+1}$.
   b- Montrer que $P'(x) = f(x)$ et dresser le tableau de variations de la fonction P sur [0; 4].
   c- Calculer P(1) et interpréter le résultat obtenu.
   d- Quel est le nombre minimal de montres que l'entreprise doit produire pour réaliser un gain?

Barème : S.E. 2015 Francais 2ème session

I-	Réponses	N
1a	$\bar{x}=10.6$, $\bar{y}=7.4$	1
1b	$b=\bar{y}-a\bar{x}$ donc b = 7.4 + 1.3017 × 10.6 = 21.198	1
2	r = – 0.912. il y a une forte corrélation négative (-1 < r < -0.86)	1.5
3a	$E(x)=x\dfrac{d'(x)}{d(x)}=\dfrac{-1.3017x}{-1.3017x+21.198}$.	1
3b	E(xo) = - 4 $\Leftrightarrow x_0\dfrac{-1.3017}{-1.3017x_0+21.198}=-4\Leftrightarrow x_0=13.026.$	1.5
3c	x =12.5 ; $d(12.5)=-1.3017x12.5+21.198=4.92675$. ; le revenu est égal à 12500×492.675 soit 6158437.5LL.	1

II-	Réponses	N
1a	P (U $\cap$ G) = P (U/G) $\times$ P(G) = 0,6 $\times$ 0,5 = 0,3.	1
1b	X(Ω)= {0 ;1 ; 2}. P(X= 0) = P ($\bar{G}$) = 0, 5. P(X=1) =P (U$\cap$G) = 0, 3. P(X=2) = P(D$\cap$G) = 0,5×0,4 = 0,2. ou bien P(X=2) = 1- [P(X= 0) + P(X=1)] = 0.2	1.5
2a	$P(\text{aucun bon})=\dfrac{C_{100}^2}{C_{200}^2}=\dfrac{4950}{19900}=\dfrac{99}{398}=0.248$	1.5
2b	P (au moins 1 bon) =1– P (aucun bon) = $\dfrac{299}{398}=0.751.$	1.5
2c	$P(2\text{bons})=\dfrac{C_{40}^1\times C_{100}^1}{C_{200}^2}+\dfrac{C_{60}^2}{C_{200}^2}=\dfrac{577}{1990}=0.2899$	1.5

III-	Réponses	N
A1a	$[C(1+i)^n]\times i=a[(1+i)^n-1]\Rightarrow a=\dfrac{[C(1+i)^n]\times i}{[(1+i)^n-1]}$ avec $i=\dfrac{7}{100}\times\dfrac{1}{12}$ et $n=36$ $\Rightarrow$ a = 771 927. $D=a\times\dfrac{[1-(1+i)^{-n}]}{i}$ donc $\Rightarrow$ a = 771 927.	1.5
A1b	I = 27789387 – 25000000 = 2 789 387LL.	1
A2	Valeur acquise : $V=25000000\left(1+\dfrac{0,06}{4}\right)^{12}=29890454\text{LL}.$ I = 29 890 454 – 25 000 000 = 4 890 454.	1.5
A3	Oui il a pris la bonne décision car les intérêts qu'il gagnera de la banque B sont supérieurs aux intérêts qu'il doit payer à la banque A.	1
B1	Amortissement annuel = $\dfrac{30000000-5000000}{10}=2\,500\,000.$	1
B2	Dans 5 ans, le prix de la voiture sera: 30000000 – 2500000 ×5 =17 500 000LL.	1

<table>
<tr><th>IV-</th><th>Réponses</th><th>N</th></tr>
<tr><td>A1a</td><td>$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 3+(\infty)e^{1+\infty} = +\infty$. $f(-1) = 3$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>A1b</td><td>$f(x)=3-\frac{x+1}{e^{x-1}}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{e^{x-1}} = \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{e^{x-1}} = \frac{1}{+\infty} = 0$;
Donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$, alors la droite (d) d'équation y=3 est une asymptote à (C).</td><td>1</td></tr>
<tr><td>A1c</td><td>Soit $h(x)=f(x)-3=-(x+1)e^{1-x}$; Signe de h(x) = signe de $-(x+1)$ car $e^{1-x}>0$
si $x<-1; -(x+1)>0$; donc $h(x)>0$ (C) est au-dessus de (d)
si $x>-1; -(x+1)<0$; donc $h(x)<0$ (C) est en dessous de (d)
si $x=-1; -(x+1)=0$; donc (d) coupe (C) au point $(-1;3)$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B2a</td><td>$f'(x)=0-[e^{1-x}+(x+1)e^{1-x}]=xe^{1-x}$. $f(0)=3-2.718=0.281$
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>f '(x)</td><td></td><td>–</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>f(x)</td><td>$+\infty$</td><td>↘</td><td>3 – e</td><td>↗</td><td>3</td></tr>
</table></td><td>1.5</td></tr>
<tr><td>B2b</td><td>
</td><td>1.5</td></tr>
<tr><td>A3.a</td><td>$\left((-x-2)e^{-x+1}+k\right)' = -e^{-x+1}+(-1)e^{-x+1}(-x-2) = (x+1)e^{-x+1}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>A3.b</td><td>Aire = $\int_0^3 (3-f(x))dx = \int_0^3 (x+1)e^{1-x}dx = \left[-(x+2)e^{1-x}\right]_0^3 = \left(-5e^{-2}+2e\right)u^2$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B1</td><td>300 montres correspond à x= 3. $C_T(3)=6-5e^{-2}$ = f (3)= 5,323 soit 5323000LL.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B2.a</td><td>$1000000\,R(x) = \frac{75}{100}\times 40000\times(100\times x)$. Donc $R(x)=3x$
Par suite $P(x)=R(x)-C_T(x)=3x-6+(x+2)e^{1-x}$</td><td>1.5</td></tr>
<tr><td>B2.b</td><td>$P'(x)=3+e^{1-x}-(x+2)e^{1-x}=3-(x+1)e^{1-x}=f(x)$;
$P'(x)>0$ car (C) est au-dessus de x'x
p(0) = -0.563 p(4) = 6.29
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td>P'(x)</td><td></td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>P(x)</td><td>–0.563</td><td>↗</td><td>6.29</td></tr>
</table></td><td>1.5</td></tr>
<tr><td>B2.c</td><td>P (1) = -3+3 = 0 et P est continue et strictement croissante sur [0; 4] . Donc pour une vente de 100 montres, l'entreprise est au seuil de rentabilité.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B2.d</td><td>L'entreprise doit vendre un minimum de 101 montres pour réaliser des profits.</td><td>1</td></tr>
</table>