وزارة التربية والتعليم العالي	**الشهادة الثانوية العامة**	**دورة العام ٢٠١٥ الاستثنائيـّة**
المديرية العامة للتربية	**فرع: الاجتماع والاقتصاد**	**الخميس ٢٠ آب ٢٠١٥**
دائرة الامتحانات		

عدد المسائل: اربع	**مسابقة في مادة الرياضيات**	**الاسم:**
	المدة: ساعتان	**الرقم:**

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الاجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I- (4 علامات)

يقوم أحد المصانع بإنتاج مسحوق ما وبيعه.
يمثّل الجدول التالي الطلب y بمئات الوحدات، وذلك بدلالة سعر الوحدة x بآلاف الليرات اللبنانية:

سعر الوحدة x_i بآلاف الليرات	8	9	10	12	14
الكميّة المطلوبة y_i بمئات الوحدات	12	10	6	5	4

لنفترض أن هذا النمط يبقى صالحًا مع ازدياد السعر.

1) a- احسب المتوسطين $\overline{x}$ و $\overline{y}$ للمتغيرين.
b- لنفترض أن معادلة الانحدار الخطّي $\left(D_{y/x}\right)$ هي $y = -1.3017x + b$ ، استنتج من السؤال السابق أن $b = 21.198$

2) حدِّد معامل الارتباط r ، واعطِ تفسيرًا لهذه القيمة التي حصلت عليها.

3) a- حدِّد مرونة الطلب بدلالة سعر الوحدة x .
b- إذا ازداد سعر الوحدة بنسبة 1 % على سعرها الأساسي x_0 ، فإن الطلب يتناقص بنسبة 4 %. احسب في هذه الحالة x_0 .

4) قدِّر المردود عندما يكون سعر الوحدة 12500 ليرة لبنانية.

II – (4 علامات)
يقوم أحد مصانع الحلويات بإنتاج ألواح الشوكولا وبيعها. بهدف تسويق هذه الألواح، وضعت إدارة المصنع قسائم هدايا في ٥٠ % من الألواح المنتجة كافة. من بين هذه الألواح الرابحة (التي تحوي قسائم) 60 % تحوي قسيمة واحدة فقط، بينما تحوي الألواح الباقية منها قسيمتين.

1) يشتري أحد الزبائن لوح شوكولا. لنعتبر الأحداث التالية:
- G : يشتري الزبون لوحًا رابحًا
- O : يجد الزبون قسيمة واحدة فقط.
- T : يجد الزبون قسيمتين.

a- برهن أن احتمال أن يجد الزبون قسيمة واحدة فقط هو 0.3.
b- لتكن X المتغيّرة العشوائية التي تمثّل عدد القسائم التي يحصل عليها الزبون. حدِّد التوزيع الاحتمالي للمتغيِّرة X.

2) فيما يلي، نفترض أن عدد ألواح الشوكولا المنتجة هو 200.
يشتري أحد الزبائن لوحي شوكولا عشوائيًّا ودفعة واحدة.

a- جِد احتمال أن لا يجد الزبون أية قسيمة في كِلا اللّوحين.
b- جِد احتمال أن يجد الزبون قسيمة واحدة على الأقلّ.
c- جِد احتمال أن يجد الزبون قسيمتين.

III- (4 علامات)
يريد وسيم أن يشتري سيّارة سعرها 000 000 30 ل.ل. دفع لذلك 000 000 5 ل.ل. كدفعة أولى، وقرَّر أن يأخذ الباقي كقرض من المصرف A الذي عرض عليه أن يعيد القرض بواسطة دفعات شهرية متساوية لمدّة ثلاث سنوات، وذلك بفائدة سنوية معدّلها 7% ومركَّبة شهريًّا.

A –
1) a- حدِّد قيمة كلّ دفعة شهرية.
b- احسب قيَمة الفوائد المتوجِّبة على وسيم بعد انقضاء ثلاث سنوات.

2) في نفس الوقت، وضع وسيم في مصرفٍ آخر B مبلغًا قيمته 000 000 25 ل.ل.، وذلك بفائدة معدّلها 6 % ومركَّبة فصليًا (كلّ ثلاثة أشهر) لمدة ثلاث سنوات.
احسب الفوائد التي حصل عليها وسيم من المصرف B خلال السنوات الثلاث.
3) هل اتخذ وسيم القرار الصائب عندما قسّط باقي ثمن السيارة؟ برِّر الإجابة.

B -
لنفترض أن هذه السيارة تعمل جيِّدًا لمدة عشر سنوات، وأن سعرها بعد هذه المدَّة يصبح 000 000 5 ل.ل.

1) احسب التناقص السنوي الثابت في سعر هذه السيارة.
2) كم يصبح سعر هذه السيارة بعد 5 سنوات.

IV – (8 علامات)
لتكن الدالة f معرَّفة على IR كما يلي $f(x)=3-(x+1)e^{1-x}$ ، ليكن (C) بيان هذه الدالّة في المستوى الإحداثي $(O;\vec{i},\vec{j})$.

A –
1) a- حدِّد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ واحسب f(-1).
b- حدِّد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. استنتج مستقيمًا (d) مقاربًا للبيان (C) .
c- أدرُس حسب قيم المتغير x موقع البيان (C) نسبة إلى المستقيم (d).

2) a- بيِّن أن $f'(x)=xe^{1-x}$ وانشئ جدول التغيُّر للدالة f.
b- ارسم (d) وَ (C).

3) a - برهن : $\int (x+1)e^{1-x}dx=(-x-2)e^{-x+1}+k$ حيث أن k هو عددٌ حقيقي.
b- استنتج مساحة المنطقة المحدَّدة بالبيان (C) والمستقيم (d) والمستقيمين : x = 0 و x = 3 .

B –
يقوم مصنع بإنتاج الساعات. تمثِّل الدالة $C_T(x)=6-(x+2)e^{1-x}$ الكلفة الإجمالية بملايين الليرات لإنتاج x مئات من الساعات $(0 \le x \le 4)$.

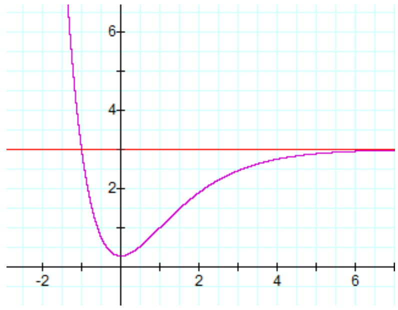
1) حدِّد القيمة الإجمالية لإنتاج 300 ساعة.
2) باع المصنع 75 % من الساعات المنتجة بسعر 000 40 ل.ل. للساعة الواحدة، فيما وهب الباقي لإحدى المؤسَّسات.
a- برهن أن دالة الربح هي $P(x)=3x-6+(x+2)e^{1-x}$.
b- برهن أن $P'(x)=f(x)$ ، وأنشئ جدول التغيُّر للدالة P على الفترة [0; 4] .
c- احسب $P(1)$ واعطِ تفسيرًا للنتيجة.
d- ما هو أقلّ عدد من الساعات الذي ينبغي على المؤسَّسة إنتاجه كي تحقِّق ربحًا؟

Barème MATH – SE – 2nd Session - 2015

QI	Answers	M
1a	$\overline{x}=10.6$, $\overline{y}=7.4$	1
1b	$b=\overline{y}-a\overline{x}$ thus b = 7.4 + 1.3017 $\times$ 10.6 = 21.198	1
2	r = – 0.912. There is a strong negative correlation (-1 < r < -0.86)	1.5
3a	$E(x)=-x\dfrac{d'(x)}{d(x)}=\dfrac{1.3017x}{-1.3017x+21.198}$.	1
3b	$E\left(x_0\right) = 4 \Leftrightarrow \dfrac{1.3017x_0}{-1.3017x_0+21.198}=4 \Leftrightarrow x_0=13.026.$	1.5
3c	$R(x)=xd(x)=x(-1.3017x+21.198)$, for x =12.5. $R(12.5)=12.5\times d(12.5)=12.5(-1.3017(12.5)+21.198)=61.584375$ The revenue will be 61.58437 $\times 1000\times 100$ = 6 158 437.5 LL.	1

QII	Answers	M
1a	P (U $\cap$ G) = P (U/G)$\times$P(G) = 0.6 $\times$ 0.5 = 0.3.	1
1b	X(Ω)= {0 ;1 ; 2}. P(X= 0) = P ($\overline{G}$) = 0. 5. P(X=1) =P (U$\cap$G) = 0. 3. P(X=2) = P(D$\cap$G) = 0.5×0.4 = 0.2. **OR** P(X=2) = 1- [P(X= 0) + P(X=1)] = 0.2	1.5
2a	$P(0\,\text{gift coupons})=\dfrac{C_{100}^2}{C_{200}^2}=\dfrac{4950}{19900}=\dfrac{99}{398}=0.248$	1.5
2b	P (at least 1 coupon) =1– P (0 coupon) = $\dfrac{299}{398}=0.751.$	1.5
2c	$P\left(2\text{coupons}\right) = \dfrac{C_{40}^1\times C_{100}^1}{C_{200}^2}+\dfrac{C_{60}^2}{C_{200}^2}=\dfrac{577}{1990}=0.2899$	1.5

QIII	Answers	M
A1a	$[C(1+i)^n]\times i=R[\left(1+i\right)^n-1]\Rightarrow R=\dfrac{[C(1+i)^n]\times i}{[\left(1+i\right)^n-1]}$ with $i=\dfrac{7}{100}\times\dfrac{1}{12}$ and $n=t\times k=36$ $\Rightarrow$R = 771 927 LL $C_n=R\times\dfrac{[1-(1+i)^{-n}]}{i}$ thus $\Rightarrow$R = 771, 927 LL	1.5
A1b	Interest = 2 789 387 – 25 000 000 = 2 789 387LL.	1
A2a	Future value : $F=25000000\left(1+\dfrac{0.06}{4}\right)^{12}=2\ 989\ 0454$ LL. I = 29 890 454 – 25 000 000 = 4 890 454LL	1.5
A2b	Yes he did the right decision because the interest earned in bank B is greater than the interest that he has to pay to bank A.	1
B1	Annual depreciation = $\dfrac{30000000-5000000}{10}=2$ 500 000.	1
B2	In five years, the price of the car becomes: 30 000 000 – 2 500 000 ×5 =17 500 000 LL.	1

QIV	Answers	M
A1a	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 3+(\infty)e^{1+\infty} = +\infty$. $f(-1) = 3$.	1
A1b	$f(x)=3-\dfrac{x+1}{e^{x-1}}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{e^{x-1}} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{e^{x-1}} = \dfrac{1}{+\infty} = 0$; thus $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$, then the line (d) with equation y=3 is an asymptote to (C).	1
A1c	Let $h(x)=f(x)-3=-(x+1)e^{1-x}$; Sign of $h(x)$ = sign of $-(x+1)$ since $e^{1-x}>0$ if $x<-1; -(x+1)>0$; so $h(x)>0$ (C) is above (d) if $x>-1; -(x+1)<0$; so $h(x)<0$ (C) is above (d) if $x=-1; -(x+1)=0$; so (d) intersects (C) at point $(-1;3)$	1
B2a	$f'(x)=0-[e^{1-x}+(x+1)e^{1-x}]=xe^{1-x}$. $f(0)=3-2.718=0.281$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 0 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & & \nearrow & 3 \\ & & & 3-e & & \end{array}$	1.5
B2b	 	1.5
A3.a	$\left((-x-2)e^{-x+1}+k\right)' = -e^{-x+1}+(-1)e^{-x+1}(-x-2) = (x+1)e^{-x+1}$	1
A3.b	Area = $\int_0^3 (3-f(x))dx = \int_0^3 (x+1)e^{1-x}dx = \left[-(x+2)e^{1-x}\right]_0^3 = \left(-5e^{-2}+2e\right)u^2$.	1
B1	300 watches correspond to x= 3. $C_T(3)=6-5e^{-2}$ = f (3)= 5.323 therefore 5 323 000 LL.	1
B2a	$1000000R(x)=\dfrac{75}{100}\times 40000\times(100\times x)$. Thus $R(x)=3x$ Therefore: $P(x)=R(x)-C_T(x)=3x-6+(x+2)e^{1-x}$	1.5
B2b	$P'(x)=3+e^{1-x}-(x+2)e^{1-x}=3-(x+1)e^{1-x}=f(x)$; $P'(x)>0$ since (C) is above x-axis. p(0) = – 0.563 and p(4) = 6.29 $\begin{array}{c\|ccc} x & 0 & & 4 \\ \hline P'(x) & & + & \\ \hline P(x) & & \nearrow & 6.29 \\ & -0.563 & & \end{array}$	1.5
B2c	P(1) = –3+3 = 0 and P is continuous and strictly increasing over[0; 4] . Hence, for selling of 100 watches, the company breaks-even.	1
B2d	The company must sell a minimum of 101 watches in order to achieve profit.	1