

الاسم:
الرقم:

مسابقة في الرياضيات
المدة ساعة واحدة

عدد المسائل ثلاث

ملاحظة: يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو تخزين المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I- (5 Points)

Une entreprise de produits cosmétiques lance sur le marché deux nouveaux produits : un parfum et une lotion pour femmes.

Le prix d'une bouteille de parfum et d'une bouteille de lotion est de 100 000 LL.

La société emballe ses produits dans des paquets contenant chacun une bouteille de parfum et deux bouteilles de lotion et propose une réduction de 10% sur le prix du parfum et de 15% sur le prix de la lotion.

Le prix d'un paquet sera égal à 122 000 LL.

- 1) a- Calculer le prix initial d'une bouteille de parfum et celui d'une bouteille de lotion.
b- Calculer le prix de chacune des bouteilles après la réduction.
- 2) La société propose une réduction supplémentaire de 5% sur le prix de parfum et de 8% sur celui de la lotion aux clients qui achètent une grande quantité de paquets. Calculer le prix de 50 paquets après les deux réductions.

II- (5 Points)

Dans un laboratoire, une cage contient 20 cobayes répartis selon le tableau suivant:

Couleur	Sexe	
	Mâle	Femelle
Blanc	7	5
Noir	6	2

A-

Un employé attrape au hasard un cobaye de cette cage.

- 1) Calculer la probabilité que le cobaye attrapé soit un mâle noir.
- 2) Le cobaye attrapé est un mâle, quelle est la probabilité qu'il soit noir ?

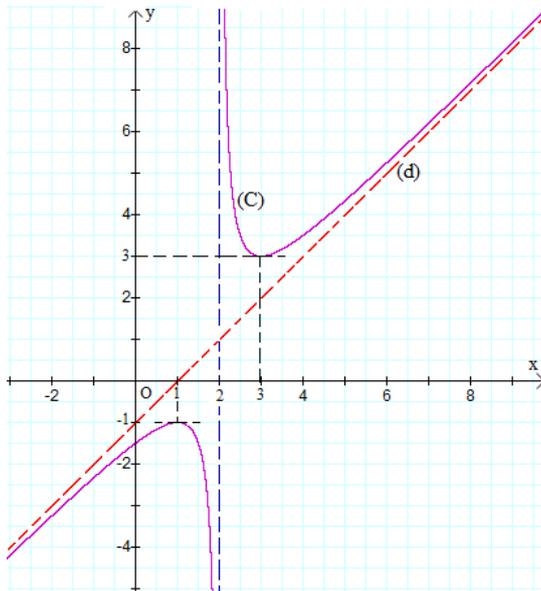
B-

Dans cette partie, l'employé attrape au hasard, successivement et sans remise deux cobayes de cette cage.

- 1) Montrer que la probabilité que les deux cobayes attrapés soient deux mâles est égale à $\frac{39}{95}$.
- 2) Quelle est la probabilité que les deux cobayes attrapés soient deux mâles de couleurs différentes ?

III- (10 Points)

Soit f une fonction définie sur $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ par $f(x) = ax + b + \frac{1}{x-2}$, et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.



A- Utiliser le graphique donné pour répondre aux questions suivantes.

1) Déterminer :

a- $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} f(x)$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x)$.

b- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2) Comparer $f'(0)$ et $f'(1)$.

3) Résoudre l'inéquation $f(x) > 3$.

4) Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -3$.

5) Déterminer une équation de l'asymptote oblique (d) puis déduire a et b .

6) Dresser le tableau de variations de la fonction f .

B- On prend $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-2}$.

1) Calculer $f'(x)$.

2) Ecrire une équation de la tangente à (C) au point d'abscisse $x = 0$.

LH SESSION 2-MATH 2013

Q1	Réponses	N
1a	Soit x le prix d'un parfum et y celui d'une lotion. $\begin{cases} x + y = 100000 \\ 0,9x + 2 \times 0,85y = 122000 \end{cases}$ x = 60 000 et y = 40 000. Le prix du parfum est 60 000LL et celui de la lotion est 40 000LL.	2,5
1b	Le prix du parfum après la réduction est $60\,000 \times 0,9 = 54\,000$ LL. Le prix de la lotion après la réduction est $40\,000 \times 0,85 = 34\,000$ LL.	1
2	Le prix du parfum après les deux réductions est : $54\,000 \times 0,95 = 51\,300$ LL. Le prix de la lotion après les deux réductions est : $34\,000 \times 0,92 = 31\,280$ LL. Le prix de 50 paquets après les deux réductions est : $50(51\,300 + 2 \times 31\,280) = 5\,693\,000$ LL.	1,5

Q2	Réponses	N
A1	$P(Mn) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.	1
A2	$P(n/M) = \frac{6}{13}$.	1
B1	$P(MM) = \frac{13}{20} \times \frac{12}{19} = \frac{39}{95}$.	1
B2	$P(Mn, Mb) + P(Mb, Mn) = 2 \times \frac{6}{20} \times \frac{7}{19} = \frac{21}{95}$.	2

Q3	Réponses	N																								
A1a	$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} f(x) = -\infty$; $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x) = +\infty$.	1																								
A1b	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.	1																								
A2	$f'(1) = 0$ et $f'(0) > 0$ donc $f'(0) > f'(1)$.	1																								
A3	$f(x) > 3$ pour $x > 2$ et $x \neq 3$.	1																								
A4	$f(x) = -3$ admet 2 solutions car la droite d'équation $y = -3$ coupe (C) en 2 points.	1																								
A5	Une équation de (d) est $y = mx + n$ et (d) passe par les points (1 ; 0) et (0 ; -1) donc $n = -1$ et $m = 1$; $y = x - 1$; or l'asymptote oblique a pour équation $y = ax + b$ donc $a = 1$ et $b = -1$.	1,5																								
A6	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'(x)</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>$-\infty$</td> <td></td> <td>-1</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td>3</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	f'(x)		+	0	-	-	0	+	f(x)	$-\infty$		-1		$+\infty$		3		$+\infty$	1,5
x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$																					
f'(x)		+	0	-	-	0	+																			
f(x)	$-\infty$		-1		$+\infty$		3		$+\infty$																	
B1	$f'(x) = 1 - \frac{1}{(x-2)^2}$.	1																								
B2	$y = f'(0)x + f(0)$; $y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$.	1																								