

الاسم:
الرقم:

مسابقة في مادة الرياضيات
المدة: ساعتان

عدد المسائل : ستة

ملاحظة: يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I- (2,5points)

On demande de faire apparaître les détails de calcul.

1) On donne $A = 6 \times 10^2 + 10^2 + 4 \times 10^{-2} + 10 - 6$.

a- Ecrire A sous forme d'un nombre décimal.

b- Ecrire A en notation scientifique.

c- Ecrire A sous forme d'une somme d'un nombre entier et d'une fraction irréductible inférieure à 1.

2) Montrer que le nombre $D = \frac{4}{2 + \sqrt{3}} \div \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$ est un entier naturel.

3) Soient les deux nombres $B = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \times \frac{4}{6} - \left(\frac{3}{2} - 1\right)^2$ et $C = 2\sqrt{75} - 4\sqrt{27} + 4\sqrt{12}$.

a- Ecrire B sous la forme d'une fraction irréductible.

b- Ecrire C sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un entier.

II- (1,5points)

1) Résoudre le système suivant :
$$\begin{cases} 2a - b = 4 \\ a + b = 5 \end{cases}$$

2) On donne les polynômes : $P(x) = (2a - b)x^2 + 5x - \frac{2}{3}$ et $Q(x) = 4x^2 + (a + b)x + c$.

Calculer a, b et c pour que P(x) et Q(x) soient identiques.

III- (3,5points)

Partie A

On donne $E(x) = (3x - 1)^2 - (3x - 1)(x + 2)$.

1) Développer et réduire E(x).

2) Calculer x pour que E(x) = 3.

3) Factoriser E(x).

Partie B

Dans la figure ci-contre :

- x désigne une longueur en cm telle que $x > 0,5$
- ABCD est un carré de côté $3x - 1$
- DEFG est un rectangle tel que:

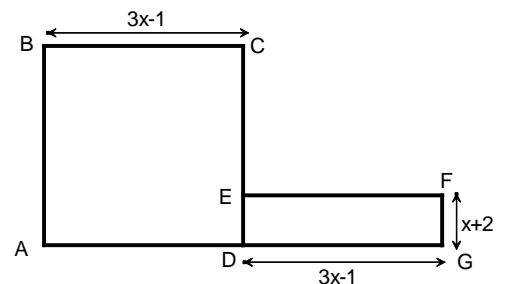
$FG = x + 2$ et $EF = 3x - 1$.

1) Calculer, en fonction de x, l'aire S de ABCD et l'aire S' de DEFG.

2) Résoudre l'équation $S - S' = 0$.

3) Déterminer tous les entiers x tels que:

$S - S' > 6x^2 - 5x - 12$.



IV- (5,5points)

Dans un repère orthonormé d'axes $x'Ox$; $y'Oy$, on donne les points $A(-2 ; -2)$, $E(2 ; 6)$ et $B(6 ; -2)$.

- 1) a- Placer les points A, E et B.
b- Vérifier que l'équation de (AE) est $y = 2x + 2$.
- 2) Déterminer l'équation de (AB).
- 3) Vérifier que $AE = BE$.
- 4) Soit K le milieu du segment [AE].
a- Calculer les coordonnées de K.
b- Soit (d) la perpendiculaire à (AE) en K. Déterminer l'équation de (d).
- 5) La droite (d) coupe la médiatrice de [AB] en I.
a- Montrer que I est le centre du cercle circonscrit au triangle ABE.
b- Calculer les coordonnées de I.
- 6) Soit J le symétrique de E par rapport à I. Montrer que la droite (AJ) est parallèle à (d).

V- (2points)

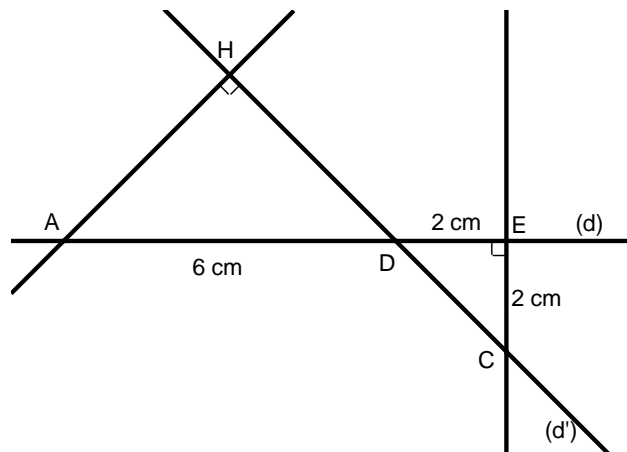
On donne un parallélogramme ABCD de centre O. Les points E et F sont tels que $\overline{AE} = \overline{DA}$ et $\overline{CF} = \overline{OC}$.

- 1) Faire une figure.
- 2) Démontrer que $\overline{EB} = \overline{AC}$ et $\overline{OF} = \overline{AC}$.
- 3) Les droites (EF) et (OB) se coupent en K. Démontrer que K est le milieu du segment [EF].

VI-(5points)

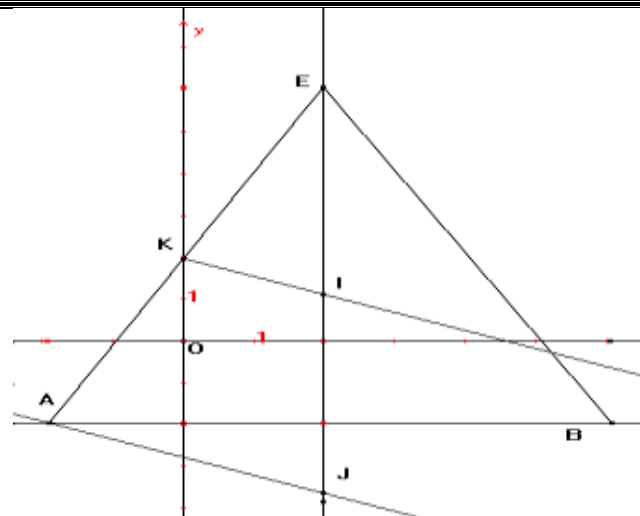
Dans la figure ci-contre :

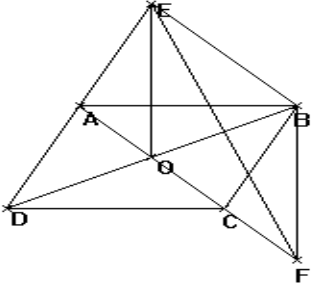
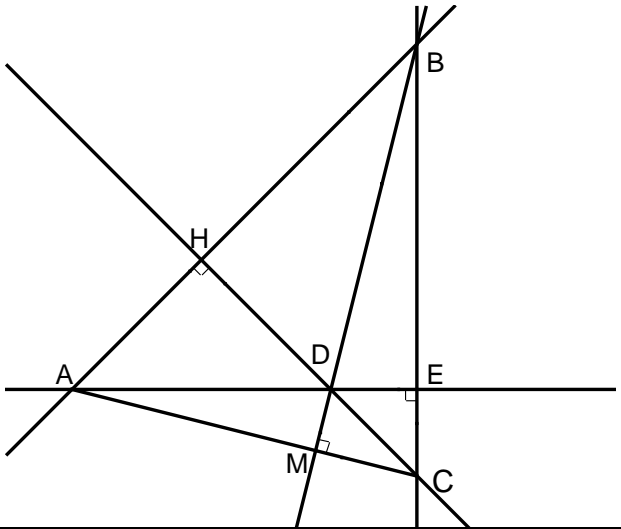
- (d) et (d') sont deux droites sécantes en D
- EDC est un triangle rectangle en E
- $AD = 6 \text{ cm}$ et $DE = EC = 2 \text{ cm}$
- (AH) est perpendiculaire à (d').



- 1) Reproduire la figure.
- 2) Quelle est la nature du triangle ADH ?
Calculer les longueurs exactes de [HD], [DC] et [AC].
- 3) Démontrer que les points A, H, E et C se trouvent sur un même cercle dont on déterminera le diamètre.
- 4) M est le projeté orthogonal de D sur [AC]. Démontrer que les deux triangles AHC et DMC sont semblables. Calculer le produit $CM \times CA$.
- 5) Calculer $\tan \widehat{ACH}$. Déduire la valeur arrondie au degré près de l'angle \widehat{ACH} .
- 6) Les droites (AH) et (CE) se coupent en B, démontrer que (MD) passe par B.

I	1.a	704,04	0.25	
	1.b	$7,0404 \times 10^2$	0.25	
	1.c	$704 + \frac{1}{25}$	0.25	
	2	$\frac{4}{2+\sqrt{3}} \times \frac{2}{2-\sqrt{3}} = 8$	0.5	
	3.a	$\frac{5}{8} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$	0.5	
	3.b	$10\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$	0.75	
II	1	$\begin{cases} 2a - b = 4 \\ a + b = 5 \end{cases} \quad a=3, \quad b=2$	0,75	
	2	$a=3, \quad b=2 \quad \text{et} \quad c = -\frac{2}{3}$	0,75	
III	A	1	$E(x) = 9x^2 - 6x + 1 - (3x^2 + 5x - 2) = 6x^2 - 11x + 3$	0.5
		2	$x(6x - 11) = 0$, alors $x=0$ ou $x = \frac{11}{6}$.	0.5
		3	$E(x) = (3x-1)(3x-1-x-2) = (3x-1)(2x-3)$	0.5
	B	1	$S = (3x-1)^2 \quad \text{et} \quad S' = (3x-1)(x+2)$	0.5
		2	$(3x-1)(2x-3) = 0$ alors $x = \frac{1}{3}$, $x = \frac{3}{2}$, $x = \frac{1}{3}$ inacceptable donc $x = \frac{3}{2}$.	0.75
		3	$6x^2 - 11x + 3 > 6x^2 - 5x - 12$. $-6x > -15$ donc $x < \frac{15}{6}$ alors $x=1$ ou $x=2$.	0.75
IV	1.a	Points A,B et E.	0,5	
	1.b	Les coordonnées de A et E vérifient l'équation.	0,5	
	2	$y_A = y_B = -2$, Eq. de (AB) : $y = -2$.	0,5	



IV	3	$AE = 4\sqrt{5}$ et $BE = 4\sqrt{5}$	0,75
	4a	$K(0;2)$	0,5
	4b	Equation de (d) : $y = -\frac{1}{2}x + 2$	0,75
	5.a	(d) est la médiatrice de [AE] donc I est le point d'intersection des médiatrices des côtés du triangle AEB alors c'est le centre du cercle circonscrit à ce triangle.	0,5
	5.b	$I(2;1)$	0,75
	6	Dans le triangle EAJ ,K et I sont les milieux de [AE] et [JE] donc (AJ) parallèle à (d). Ou....	0,75
V	1		0,5
	2	$\overline{AE} = \overline{DA} = \overline{CB}$ alors AEBC est un parallélogramme. $\overline{EB} = \overline{AC}$; $\overline{AO} = \overline{OC} = \overline{CF}$ donc $\overline{OF} = \overline{AC}$	1
	3	$\overline{EB} = \overline{AC}$ et $\overline{OF} = \overline{AC}$ donc $\overline{EB} = \overline{OF}$ alors OBEF est un parallélogramme alors K milieu de [EF].	0,5
VI	1		0,25
	2	ADH est rectangle isocèle (angle de 45^0), $DH = 3\sqrt{2}$; $DC = 2\sqrt{2}$ $AC = 2\sqrt{17}$	1,75
	3	AHC et AEC sont deux triangles rectangles .A,H,E et C sont sur un même cercle de diamètre [AC]	0,5
	4	$\sphericalangle AHC = \sphericalangle DMC = 90^\circ$ et $\sphericalangle HCA$ angle commun. $CM \times CA = CD \times CH = 2\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 20$.	1
	5	$\tan \sphericalangle ACH = \frac{AH}{HC} = \frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{3}{5}$ $\sphericalangle ACH = \tan^{-1} \frac{3}{5} \approx 30,9 \approx 31^\circ$	0,75
	6	Dans le triangle ABC, D est l'orthocentre donc (MD) est la troisième hauteur	0,75