عدد المسائل: خمسة — مسابقة في مادة الرياضيات — الاسم:
المدة: ساعتان — الرقم:

إرشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

I – (علامتان)

نعطي العدد $a = \dfrac{7+\sqrt{125}+\sqrt{20}}{14}$

1) بين أن $a = x + y\sqrt{5}$ حيث أن x وَ y عددان نسبيان.
2) قارن $a+1$ و a^2.
3) تحقق أنّ $a^3 = 2a+1$.

II - (أربع علامات)

1) a. تحقق أن $x^2+4x+3 = (x+2)^2 - 1$.

b. حلّل x^2+4x+3 .

2) ABC هو مثلث متساوي الساقين رأسه A حيث أن مساحته تساوي x^2+4x+3 .
وَ $BC = 2x+2$ $(x>0)$. ليكن $[AH]$ ارتفاعاً في هذا المثلث.

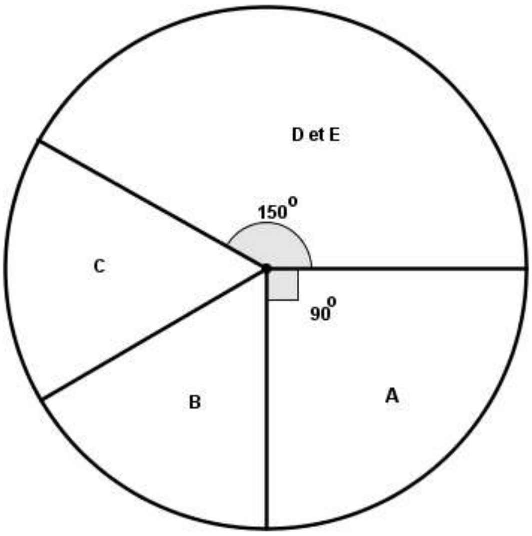
a. برهن أن $AH = x+3$.

b. أحسب AB^2 بدلالة x .

3) a. جِد x بحيث أن مساحة المثلث ABC تساوي 8 . (استعمل **1) a.**)

b. إذا كانت x تساوي 1 ، أحسب $\sin \widehat{ABC}$ ، ثم استنتج قياس الزاوية $\widehat{ABC}$ مقرّباً إلى أقرب درجة.

III- (أربع علامات)



تقدّم تلامذة 5 مدارس A, B, C, D, E إلى الامتحان الرسمي.
تمثل الدائرة البيانية المقابلة توزيع التلامذة في هذه المدارس.

- العدد الإجمالي لكل التلامذة هو 240
- قياس الزاوية التي تمثل تلامذة D وَ E معاً هو $150°$
- قياس الزاوية التي تمثل تلامذة A هو $90°$
- عدد تلامذة B يساوي عدد تلامذة C

1) تحقق أن عدد تلامذة A هو **60**.

2) جِد عدد التلامذة في كل من B وَ **C**.

3) بين أن العدد الإجمالي للتلامذة في D وَ E معاً هو 100.

4) رسب 20% من تلامذة A فيما رسب 15% من تلامذة B.
أحسب عدد التلامذة الناجحين في المدرستين معاً.

5) إضافة إلى ما تقدم، نفيد أن ثلاثة أضعاف عدد التلامذة في D ناقص عدد تلامذة E يساوي 180.

a. أكتب نظام معدلات بمجهولين يمثل عدد تلامذة D وَ E.

b. حل النظام السابق وبيّن أن عدد تلامذة D يساوي **70**.

IV- (خمس علامات)

في المستوي الإحداثي x'Ox ; y'Oy ، نعطي النقطتين A (0 ; 2) وَ B (- 4 ; 0).

1) ضع النقطتين A وَB في المستوي الإحداثي.

2) بيّن أن $y = \frac{1}{2}x + 2$ هي معادلة المستقيم (AB).

3) ليكن [OH] ارتفاع في المثلث OAB.

a. جِد معادلة المستقيم (OH).

b. تحقق أن إحداثيات النقطة H هي $\left(-\frac{4}{5};\frac{8}{5}\right)$.

4) المستقيم المار بالنقطة B والموازي لِـ y'Oy يتقاطع مع المستقيم (OH) بالنقطة E .

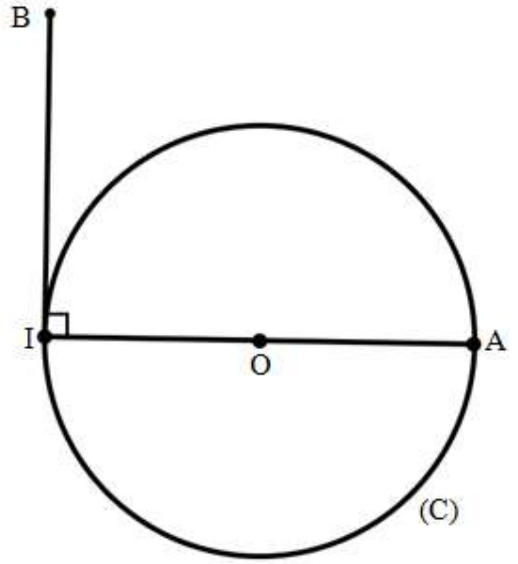
a. جِد إحداثيات النقطة E.

b. أحسب OE وَ HE.

5) لتكن (C) الدائرة المحيطة بالمثلث OBE وَ ليكن (d) مماس هذه الدائرة بالنقطة O .

يتقاطع المستقيمان (d) وَ (EA) بالنقطة F .

برهن أن $\frac{EA}{EF} = \frac{4}{5}$.



V- (خمس علامات)

لتكن (C) هي الدائرة ذات المركز O والقطر [IA] حيث أن IA=8. لتكن B نقطة على مماس (C) بالنقطة I حيث أن IB = 6.

(C') هي الدائرة ذات القطر [IB]. تتقاطع الدائرتان (C) وَ (C') بالنقطة I ونقطة أخرى E.

1) انسخ الصورة التي سوف تكملها لاحقاً.

2) a. برهن أن النقاط A,E,B تقع على استقامة واحدة.

b. أحسب AB

3) a. أكتب في مثلثين مختلفين نسبتين تساويان $\cos \widehat{IBA}$

b. بيّن أن BE =3.6.

c. استنتج طول AE ثم احسب IE.

4) إن مماس الدائرة (C') بالنقطة B يتقاطع مع المستقيم (IE) بالنقطة F.

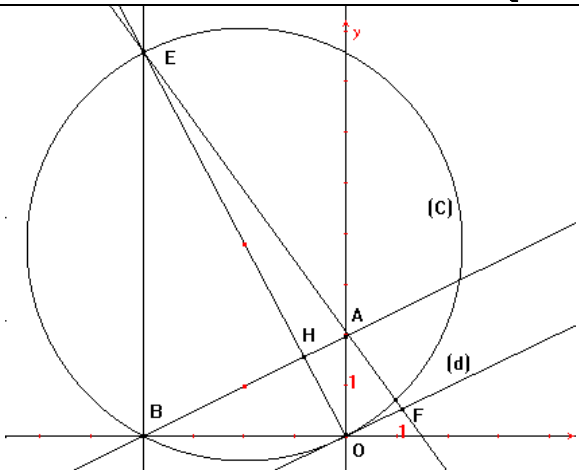
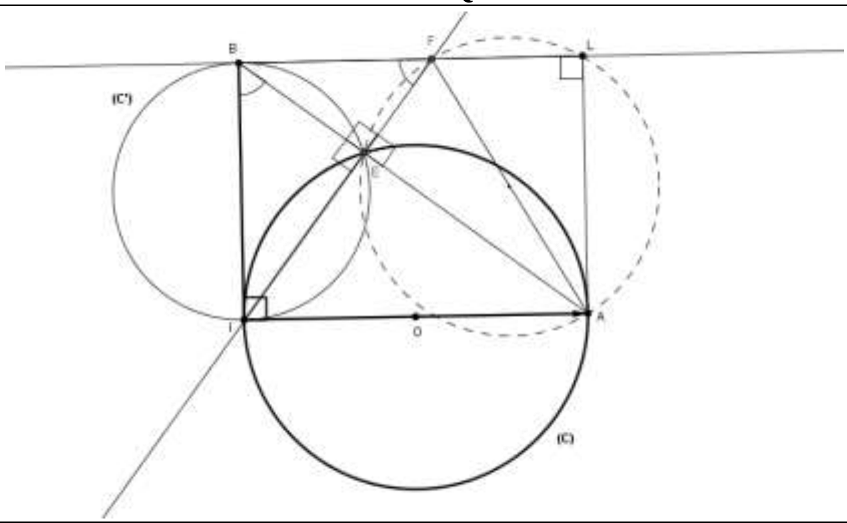
a. برهن أن المثلثين EBF وَ EIB متشابهان.

b. استنتج قيمة $EI \times EF$.

5) لتكن L انسحاب النقطة B حسب المتّجه $\overrightarrow{IA}$.

بيّن أن النقاط A, E, F, L تقع على دائرة واحدة يُصار إلى تحديد قطرها.

وزارة التربية والتعليم العالي الشهادة المتوسطة دورة عام 2015 الاستثنائية المديرية العامة للتربيةمشروع اسس التصحيح		
	Question I	
	Answers	Grade
1	$a=\frac{7+7\sqrt{5}}{14}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}$ **(0.25) + (0.25)**	0.5
2	$a+1=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$; $a^2=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ so $a+1=a^2$ **(0.25) + (0.5) + (0.25)**	1
3	$a^3=\frac{8+4\sqrt{5}}{4}=2+\sqrt{5}$; $2a+1=2+\sqrt{5}$ Or $a^3=a^2 . a=(a+1)a=a^2+a=a+1+a=2a+1$**(0.25) + (0.25)**	0.5
	Question II	
1.a	$(x+2)^2-1=x^2+4x+4-1=x^2+4x+3$	0.5
1.b	$x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$	0.5
2.a	Area of $ABC=\frac{BC\times AH}{2}$; $x^2+4x+3=\frac{2(x+1)\times AH}{2}=, (x+1)(x+3)=\frac{2(x+1)\times AH}{2}$ so AH = x+3**(0.25) + (0.25) + (0.25)**	0.75
2.b	$AB^2=(x+3)^2+(x+1)^2=2x^2+8x+10$	0.5
3.a	$(x+2)^2-1=8; (x+2)^2=9, x+2=3$ ou $x+2=-3$ So x = 1 since x= -5 not accepted**(0.25) + (0.5) + (0.25)**	1
3.b	$\sin\hat{B}=\frac{AH}{AB}=\frac{2}{\sqrt{5}}=0.89$, so $\hat{B}\approx 63^\circ$, **(0.5) + (0.25)**	0.75
	Question III	
1	Number of students of $A=240\times\frac{90}{360}=60$	0.5
2	Number of students of $B=240\times\frac{60}{360}=40$, Number of students of $C=40$ **(0.25) + (0.25)**	0.5
3	Number of students of C and E $=240\times\frac{150}{360}=100$ or another method…	0.25
4	Number of students who failed in A and B = $60\times\frac{20}{100}+15\times\frac{40}{100}=18$ **(0.25) + (0.25)** Number of students who passed in A and B =100 – 18 = 82 students. **(0.5)**	1
5.a	x + y = 100**(0.25)** 3x – y = 180.**(0.75)**	1
5.b	4x = 280, x = 70 and y = 30**(0.5) + (0.25)**	0.75

Question IV		
1	 Fig.	0.5
2	y= $\frac{1}{2}x+2$ is the equation of (AB)**slope (0.5) + b(0.25) or(verificationof a point (0.25)**	0.75
3.a	y = - 2x is the equation of (OH) **slope (0.5) + equation (0.25)**	0.75
3.b	$\frac{1}{2}x$ + 2 = -2 x so x = $\frac{-4}{5}$ et y = $\frac{8}{5}$**(0.5) + (0.25)**	0.75
4.a	$x_E = x_B = -4\ et\ y_E = -2x_E = -2(-4) = 8$ therefore $E(-4\,;8)$**(0.25) + (0.25)**	0.5
4.b	$OE = \sqrt{16+64} = 4\sqrt{5}\ ;\ HE = \sqrt{\frac{256}{5}} = \frac{16\sqrt{5}}{5}$**(0.25) + (0.5)**	0.75
5	(d) // (AB) so : $\frac{EA}{EF} = \frac{EH}{EO}$(Thales') so : $\frac{EA}{EF} = \frac{\frac{16\sqrt{5}}{5}}{4\sqrt{5}} = \frac{4}{5}$//**(0.25) + ratio(0.5) + (0.25)**	1
Question V		
1		0.25
2.a	IÊB = IÊA = 90° so IÊB+IÊA = 180° therefore the 3 points are collinear.	0.5
2.b	By applying Pythagorean AB^2=100 then AB=10.	0.5
3.a	cos$\widehat{IBA}$ = $\frac{IB}{AB}$ in triangle IBA, andcos$\widehat{IBA}$= $\frac{BE}{BI}$ in triangle IBE.**(0.25) + (0.25)**	0.5
3.b	$\frac{IB}{AB} = \frac{BE}{BI}$ so $\frac{6}{10} = \frac{BE}{6}$ thenBE=3.6**(0.25) + (0.25)**	0.5
3.c	AE = AB – BE =6.4**(0.25)** By applying Pythagorean in triangle IAE we get IE^2= 23.04 therefore IE= 4.8**(0.25)**	0.5
4.a	$\widehat{BEF} = \widehat{BEI}$= 90°**(0.25)+(0.5)** $\widehat{BFE} = \widehat{IBE}$ having same complement $\widehat{EBF}$ so the two triangles are similar.	0.75
4.b		0.5
5	Locating point L, AIBLis a rectangle,A, E, L and F are on the same circle of diameter [AF]**(0.25) + (0.25) + (0.25) + (0.25)**	1