وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات الرسمية	امتحانات الشهادة المتوسطة	دورة العام 2015 الاستثنائية الثلاثاء 11 آب 2015
عدد المسائل: خمسة	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	الاسم: الرقم:

إرشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

I- (2 points)

On donne le nombre a = $\frac{7+\sqrt{125}+\sqrt{20}}{14}$.

1) Ecrire a sous la forme $x+y\sqrt{5}$ où x et y sont deux nombres rationnels.

2) Comparer $a+1$ et a^2.

3) Vérifier que $a^3 = 2a+1$.

II - (4 points)

1) a. Vérifier que $x^2+4x+3=(x+2)^2-1$

b. Factoriser x^2+4x+3

2) On donne un triangle isocèle ABC de sommet principal A tel que son aire est égale à x^2+4x+3 et BC = 2x+2 $(x>0)$. Soit [AH] une hauteur de ce triangle.

a. Montrer que $AH = x+3$.

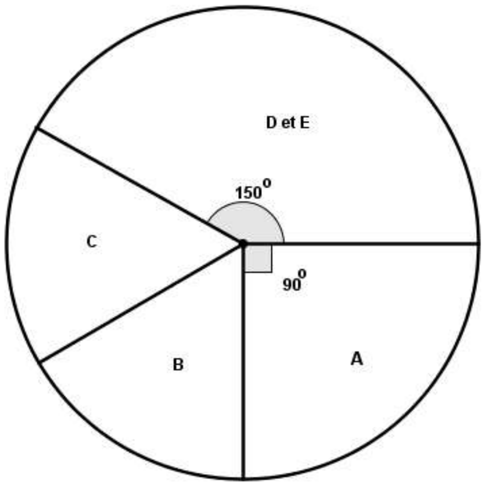
b. Calculer AB^2 en fonction de x.

3) a. Calculer x pour que l'aire de ABC soit égale à 8. [Utiliser **1)a.**]

b. Pour x = 1, calculer $\sin\widehat{ABC}$ et déduire la mesure arrondie au degré près de l'angle $\widehat{ABC}$.

III - (4 points)

Les élèves de Brevet des cinq écoles A, B, C, D et E présentent leur examen officiel.
Le diagramme circulaire ci-contre représente la répartition des élèves dans ces écoles.



- Le nombre total des élèves est 240
- L'angle qui représente les élèves des deux écoles D et E est 150°
- L'angle qui représente les élèves de A est 90°
- Le nombre des élèves de B est égal à celui de C.

1) Vérifier que le nombre d'élèves de A est 60.

2) Calculer le nombre d'élèves de B et celui de C.

3) Montrer que le nombre des élèves des deux écoles D et E est 100.

4) 20% des élèves de A et 15% des élèves de B ont échoué, calculer le nombre total des élèves qui ont réussi dans A et B.

5) Le triple du nombre d'élèves de D moins le nombre des élèves de E est égal à 180.

a. Ecrire un système de deux équations à deux inconnues représentant le nombre des élèves de D et E.

b. Résoudre le système et vérifier que le nombre des élèves de D est 70.

IV- (5 points)

Dans un repère orthonormé d'axes x'Ox , y'Oy, on donne les points A (0 ; 2) et B (- 4 ; 0).

1) Placer les points A et B.

2) Montrer que $y = \frac{1}{2}x + 2$, est une équation de la droite (AB).

3) Soit [OH] une hauteur du triangle OAB.

a. Déterminer une équation de la droite (OH).

b. Vérifier que les coordonnées de H sont $\left(-\frac{4}{5};\frac{8}{5}\right)$.

4) La parallèle menée de B à l'axe y'Oy coupe (OH) en E.

a. Calculer les coordonnées de E.

b. Calculer OE et HE.

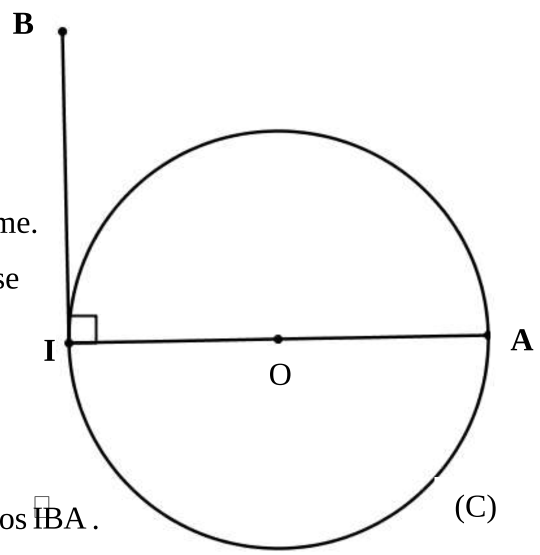
5) Soit (C) le cercle circonscrit au triangle OBE et (d) la tangente en O à (C). Les deux droites (d) et (EA) se coupent en F.

Montrer que $\frac{EA}{EF} = \frac{4}{5}$.

V- (5 points)

Dans la figure ci-contre, on a :

- (C) un cercle de centre O et de diamètre [IA] tel que IA=8
- B un point de la tangente en I à (C) tel que IB = 6.



1) Reproduire la figure, elle sera complétée dans la suite du problème.

2) Soit (C') le cercle de diamètre [IB], les deux cercles (C) et (C') se coupent en un point E autre que I.

a. Montrer que A, E et B sont alignés.

b. Calculer AB.

3) a. Ecrire, dans deux triangles différents, deux rapports égaux à $\cos \widehat{IBA}$.

b. Prouver que BE = 3,6.

c. Déduire la longueur AE puis calculer IE.

4) La tangente en B au cercle (C') coupe (IE) en F.

a. Montrer que les deux triangles EBF et EIB sont semblables.

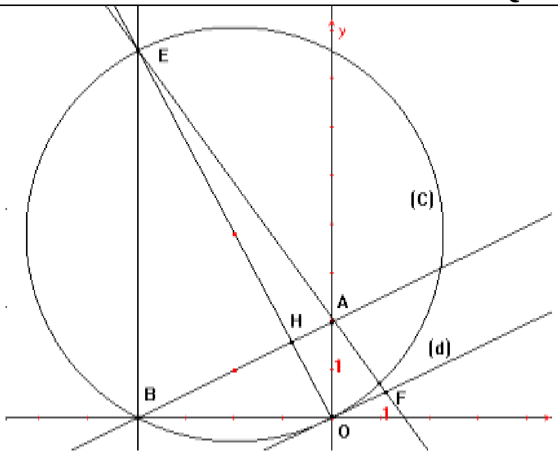
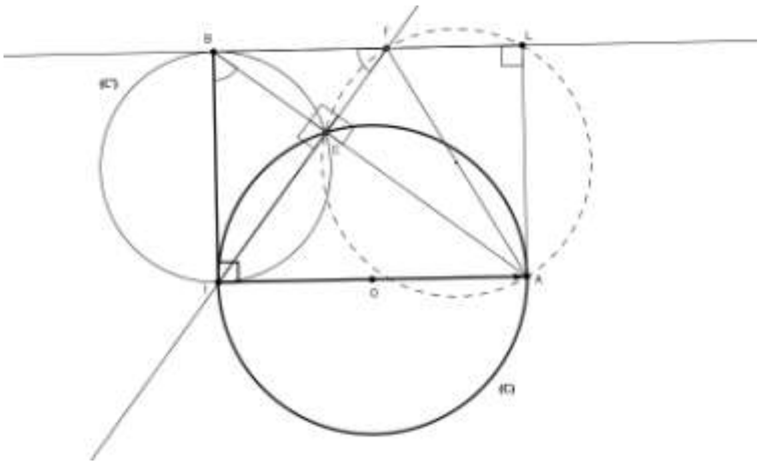
b. Déduire la valeur de $EI \times EF$.

5) Soit L le translaté de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{IA}$.

Démontrer que les quatre points A, E, F et L sont sur un même cercle dont on déterminera un diamètre.

وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربيةمشروع اسس التصحيح	الشهادة المتوسطة	دورة عام 2015 الاستثنائية

	Question I	
	Réponses	Note
1	$a=\frac{7+7\sqrt{5}}{14}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}$ **(0.25) + (0.25)**	0.5
2	$a+1=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$; $a^2=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ donc $a+1=a^2$ **(0.25) + (0.5) + (0.25)**	1
3	$a^3=\frac{8+4\sqrt{5}}{4}=2+\sqrt{5}$; $2a+1=2+\sqrt{5}$ Ou bien $a^3=a^2 . a=(a+1)a=a^2+a=a+1+a=2a+1$**(0.25) + (0.25)**	0.5
	Question II	
1.a	$(x+2)^2-1=x^2+4x+4-1=x^2+4x+3$	0.5
1.b	$x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$	0.5
2.a	Aire de ABC $=\frac{BC\times AH}{2}$; $x^2+4x+3=\frac{2(x+1)\times AH}{2}=,(x+1)(x+3)=\frac{2(x+1)\times AH}{2}$ donc AH = x+3**(0.25) + (0.25) + (0.25)**	0.75
2.b	$AB^2=(x+3)^2+(x+1)^2=2x^2+8x+10$	0.5
3.a	$(x+2)^2-1=8;(x+2)^2=9, x+2=3$ ou $x+2=-3$ donc x = 1 car x= -5 inacceptable**(0.25) + (0.5) + (0.25)**	1
3.b	$\sin\hat{B}=\frac{AH}{AB}=\frac{2}{\sqrt{5}}=0.89$, alors $\hat{B}\approx 63^\circ$, **(0.5) + (0.25)**	0.75
	Question III	
1	Nombre des élèves de $A=240\times\frac{90}{360}=60$	0.5
2	Nombre des élèves de $B=240\times\frac{60}{360}=40$, Nombre des élèves $C=40$ **(0.25) + (0.25)**	0.5
3	Nombre des élèves de C et E $=240\times\frac{150}{360}=100$ ou autre méthode…	0.25
4	Nombre d'élèves échoués de A et B = $60\times\frac{20}{100}+15\times\frac{40}{100}=18$ **(0.25) + (0.25)** Nombre d'élèves réussis de A et B =100 – 18 = 82 élèves **(0.5)**	1
5.a	x + y = 100**(0.25)** 3x – y = 180.**(0.75)**	1
5.b	4x = 280, x = 70 et y = 30**(0.5) + (0.25)**	0.75

	Question IV	
1	 Fig.	0.5
2	y= $\frac{1}{2}x+2$ est équationde (AB)**pente (0.5) + b(0.25) ou(vérificationd'un point) (0.25)**	0.75
3.a	y = - 2x est équation de (OH) **pente (0.5) + équation (0.25)**	0.75
3.b	$\frac{1}{2}x$ + 2 = -2 x donc x = $\frac{-4}{5}$ et y = $\frac{8}{5}$**(0.5) + (0.25)**	0.75
4.a	$x_E = x_B = -4\ et y_E = -2x_E = -2(-4) = 8$ d'où $E(-4\,;8)$**(0.25) + (0.25)**	0.5
4.b	$OE = \sqrt{16+64} = 4\sqrt{5}$; $HE = \sqrt{\frac{256}{5}} = \frac{16\sqrt{5}}{5}$**(0.25) + (0.5)**	0.75
5	(d) // (AB) alors : $\frac{EA}{EF} = \frac{EH}{EO}$(Thalès) donc : $\frac{EA}{EF} = \frac{\frac{16\sqrt{5}}{5}}{4\sqrt{5}} = \frac{4}{5}$//**(0.25) + rapport(0.5) + (0.25)**	1
	Question V	
1		0.25
2.a	IÊB = IÊA = 90° donc IÊB+IÊA = 180° par suite les trois points sont alignés.	0.5
2.b	D'après Pythagore $AB^2=100$ par suite AB=10.	0.5
3.a	cos $\widehat{IBA}$ =$\frac{IB}{AB}$dans le triangle IBA, et cos $\widehat{IBA}$ =$\frac{BE}{BI}$dans le triangle IBE.**(0.25) + (0.25)**	0.5
3.b	$\frac{IB}{AB}$= $\frac{BE}{BI}$donc$\frac{6}{10}$ =$\frac{BE}{6}$ alorsBE=3,6**(0.25) + (0.25)**	0.5
3.c	AE = AB – BE =6.4**(0.25)** D'après Pythagore dans le triangle IAE on aura IE^2= 23,04 d'où IE= 4,8**(0.25)**	0.5
4.a	$\widehat{BEF}$ = $\widehat{BEI}$= 90°**(0.25)+(0.5)** $\widehat{BFE}$ =$\widehat{IBE}$ayant mêmecomplément$\widehat{EBF}$donc les 2 triangles sont semblables.	0.75
4.b		0.5
5	Placer point L, AIBLet un rectangle,A, E, Let F sont sur le même cercle de diamètre[AF]**(0.25) + (0.25) + (0.25) + (0.25)**	1