

عدد المسائل : ثلاث

مسابقة في مادة الرياضيات
المدة: ساعة واحدة

الاسم:
الرقم:

إرشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات أو رسم البيانات.

- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I. (5 علامات)

القسم A.

$$\begin{cases} x + y = 35000 \\ 27x + 16y = 67000 \end{cases} \text{ حلّ نظام المعادلات المقابل:}$$

القسم B.

في إحدى المكتبات، يبلغ مجموع سعر قلم حبر من نوع A وسعر قلم آخر من نوع B ما قيمته 35 000 ل. خلال فترة التنزيلات، أعلنت المكتبة عن تخفيض نسبته 10% على أقلام النوع A و 20% على أقلام النوع B. اشترى وليد 3 أقلام من النوع A وقلمين من النوع B ودفع لقاء ذلك 67000 ل.ل.
1) أ- اكتب نظام معادلات يعبر عن هذا الواقع.
ب- جد السعر الأساسي لكل نوع من الأقلام.
ج) ما هو السعر المخفّض للقلم الواحد من كل نوع؟
2) خلال فترة التنزيلات، اشترى أحد الزبائن عددًا من أقلام النوع A وضعفي هذا العدد أقلامًا من النوع B. ودفع لقاء ذلك 245000 ل.ل، فما هو عدد الأقلام من كل نوع؟

II . (5 علامات)

في سبيل الترويج لنشاطه الرياضي الجديد « S » ورّع أحد النوادي منشورات يعلن فيها لزيائنه عن افتتاح هذا النشاط. يمثل الجدول التالي نتائج استطلاع شمل 200 منتسب إلى النادي.

عدد المنتسبين	حصل على المنشورات	لم يحصل على المنشورات
تسجّل في النشاط الجديد « S »	84	42
لم يسجّل في النشاط الجديد « S »	56	18

تم اختيار منتسب إلى النادي عشوائيًا.

نعرف الأحداث التالية:

A: "حصل المنتسب على المنشورات"

B: "تسجل المنتسب إلى النشاط الجديد « S »"

1. احسب الاحتمال $P(A)$ وبرهن أن $P(A \cap B) = \frac{21}{50}$.

2. ما احتمال أن لا يحصل المنتسب على منشور وأن يكون مسجلاً في النشاط الجديد؟

3. علمًا أن المنتسب قد تسجّل في النشاط الجديد، ما احتمال أن يكون قد حصل على المنشورات؟

III. (10 علامات)

نعطي الدالة f المعرفة على الفترة $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ ويمثل البيان (C) أدناه هذه الدالة في المستوي الإحداثي .

القسم A

1. باستخدام الرسم البياني، حدّد:

أ- $f(-1)$ و $f(1)$

ب- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

ج- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. جد معادلة المقارب (المحاذاي) للبيان (d)

3. أنشئ جدول التغيّر للدالة f .

(4) قارن:

أ- $f\left(\frac{1}{2}\right)$ و $f(1)$

ب- $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ و $f'(-3)$

القسم B

نقترض في ما يلي أن $f(x) = x + 2 + \frac{1}{x}$

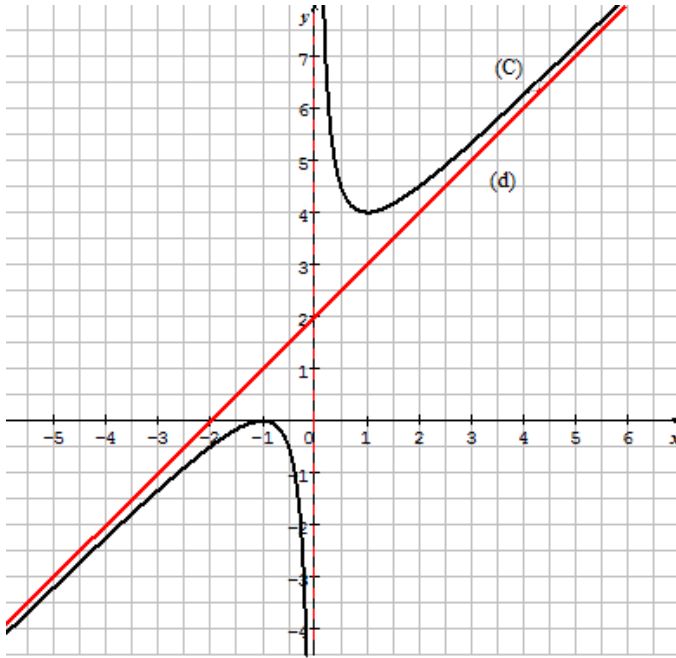
(1) أ- احسب المشتقة $f'(x)$.

ب- جد معادلة المماس (T) للبيان (C) في النقطة A ذات الإحداثي الأول $x = 2$.

(2) أ- حلّ المعادلة $2x^2 - 5x + 2 = 0$

ب- جد إحداثيات نقاط تقاطع البيان (C) مع المستقيم (L) ذو المعادلة $y = \frac{9}{2}$.

ج- حلّ بيانياً المتباينة $f(x) \leq \frac{9}{2}$.



Q	Réponses	N																		
1	<p>a- $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = -\infty$; $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$.</p> <p>b- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.</p> <p>c- $f(-1) = 0$; $f(1) = 4$.</p>	2																		
2	<p>L'asymptote oblique passe par les points de coordonnées $(-2 ; 0)$ et $(0 ; 2)$ et vérifie l'équation $y = a x + b$.</p> <p>On a donc : $\begin{cases} 0 = -2a + b \\ 2 = 0a + b \end{cases}$, qui donne $a = 1$ et $b = 2$, alors (d) : $y = x + 2$.</p>	1																		
3	<p>Les coordonnées de l'un des sommets sont $x = -1$ et $y = 0$. Elles vérifient l'équation de la courbe (C), alors :</p> <p>$f(x) = x + 2 + \frac{c}{x} \Rightarrow 0 = -1 + 2 + \frac{c}{-1} \Leftrightarrow c = 1$, et $f(x) = x + 2 + \frac{1}{x}$.</p>	1																		
4	<p>a- Sur $]0 ; 1]$ la fonction f est strictement décroissante alors $f\left(\frac{1}{2}\right) > f(1)$.</p> <p>b- Sur $]-\infty ; -1]$ la fonction f est strictement croissante alors $f'(-3) > 0$.</p> <p>Tandis que sur $]0, +1]$ la fonction f est strictement décroissante alors $f'\left(\frac{1}{2}\right) < 0$, donc $f'(-3) > f'\left(\frac{1}{2}\right)$.</p>	1																		
5a	<p>$f(x) = x + 2 + \frac{1}{x}$; alors $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2} = 0$ pour $x = -1$ ou $x = 1$.</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+1$</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	0	$+1$	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	$+$	$f(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$	4	$+\infty$	2
x	$-\infty$	-1	0	$+1$	$+\infty$															
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	$+$															
$f(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$	4	$+\infty$															
5b	<p>$f(2) = \frac{9}{2}$; $f'(2) = \frac{3}{4}$ et $y - \frac{9}{2} = \frac{3}{4}(x - 2) \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x + 3$.</p>	1																		
6a	<p>$2x^2 - 5x + 2 = 0$ pour $x = \frac{1}{2}$ ou $x = 2$.</p> <p>$f(x) = \frac{9}{2} \Leftrightarrow 2x^2 + 4x + 2 = 9x \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0$ donc les points d'intersection sont $\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$ et $\left(2; \frac{9}{2}\right)$.</p>	1,5																		
6b	<p>$x + \frac{1}{x} \leq \frac{5}{2} \Leftrightarrow x + \frac{1}{x} + 2 \leq \frac{9}{2} \Leftrightarrow f(x) \leq \frac{9}{2} \Leftrightarrow x < 0$ ou $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$.</p>	0,5																		

Q	Réponses	N
1	$V_{\text{act}} = 600000 \times \frac{1 - \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{-36}}{0,005} \approx 19723000 \text{ LL.}$ <p>le prix de cette voiture est 29723000 LL.</p>	2
2	Intérêts payés par Walid = $600\,000 \times 36 - 19723000 = 1874\,000 \text{ LL.}$	1
3	$C_{12} = 30000000 \times \left(1 + \frac{0,04}{4}\right)^{12} = 33804750 \text{ LL.}$ <p>Intérêts payés à Walid : 3 804 750 LL.</p>	2

Q	Réponses	N
1	$P(B) = 0,7.$ $P(B \cap A) = P(S/A) \times P(B) = 0,6 \times 0,7 = 0,42 = \frac{21}{50}.$	1
2	$P(A \cap \bar{B}) = 0,65 \times 0,3 = 0,195.$	1
3	$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = \frac{21}{50} + 0,195 = 0,615.$	1,5
4	$P(\bar{B}/A) = \frac{p(\bar{B} \cap A)}{p(A)} = \frac{0,195}{0,615} = \frac{13}{41}.$	1,5