

عدد المسائل : اربع	مسابقة في مادة الرياضيات	الاسم: الرقم:
--------------------	--------------------------	------------------

ارشادات عامة :-يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يجبطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

I-(4 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère le plan (P)

d'équation $x - 2y + 2z - 6 = 0$ et les deux droites (d) et (d') définies par :

$$(d) : \begin{cases} x = m + 1 \\ y = 2m + 1 \\ z = 2m + 2 \end{cases} \text{ et } (d') : \begin{cases} x = 2t \\ y = 5t - 3 \\ z = 4t \end{cases} \text{ (m et t sont des paramètres réels).}$$

- 1) Trouver les coordonnées du point A intersection de la droite (d) et du plan (P).
- 2) Vérifier que le point A appartient à la droite (d') et que la droite (d') est contenue dans le plan (P).
- 3) a- Ecrire une équation du plan (Q) formé par les deux droites (d) et (d').
b-Montrer que les deux plans (P) et (Q) sont perpendiculaires.
- 4) Soit B(1;1;2) un point de (d).
Calculer la distance du point B à la droite (d').

II- (4 points)

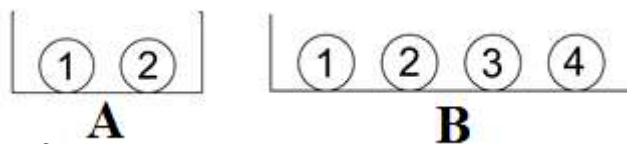
Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A(-i), B(-2) et M(z) où z est un nombre complexe différent de -2.

Soit M' le point d'affixe z' tel que : $z' = \frac{1-iz}{z+2}$.

- 1) a- Trouver la forme algébrique du nombre complexe $(z' + i)(z + 2)$.
b- Donner une interprétation géométrique de $|z' + i|$ et $|z + 2|$, puis déduire que $AM' \times BM = \sqrt{5}$.
c- Démontrer que, lorsque M se déplace sur le cercle de centre B et de rayon 1, M' se déplace sur un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.
- 2) On suppose que $z = -2 + iy$ où y est un réel non nul.
a- Trouver, en fonction de y, la forme algébrique de z'.
b- Déterminer le point M pour lequel z' est réel.

III- (4 points)



On dispose de deux urnes A et B.

- L'urne A contient deux boules numérotées 1 et 2.
- L'urne B contient quatre boules numérotées 1, 2, 3 et 4.

1) On choisit au hasard une des deux urnes puis de l'urne choisie, on tire au hasard une boule.

On considère les événements suivants :

- A : « L'urne choisie est A ».
- N : « La boule tirée porte le numéro 1 ».

a- Calculer les probabilités $P(N/A)$ et $P(N \cap A)$.

b- Montrer que $P(N) = \frac{3}{8}$ et déduire $P(A/N)$.

2) Dans cette partie, les six boules des deux urnes A et B sont placées dans une urne W.

On tire simultanément et au hasard deux boules de l'urne W.

On considère les événements suivants :

- E : « les deux boules tirées portent le même numéro. »
- F : « La somme des numéros portés par les deux boules est impaire. »

a- Vérifier que $P(E) = \frac{2}{15}$.

b- Calculer $P(F)$ et $P(F/\bar{E})$.

IV- (8 points)

A-

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x - 1 + e^x$.

1) Montrer que g est strictement croissante sur \mathbb{R} . Dresser le tableau de variation de g .

2) Calculer $g(0)$ puis étudier, suivant les valeurs de x , le signe de $g(x)$.

B-

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{(x-2)e^x}{1+e^x}$ et (C) sa courbe représentative dans un

repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (Δ) est la droite d'équation $y = x - 2$.

1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. Déduire une asymptote à (C).

2) Étudier, suivant les valeurs de x , la position relative de (C) et (Δ).

3) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et montrer que (Δ) est une asymptote à (C).

4) Montrer que $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(1+e^x)^2}$, puis dresser le tableau de variation de f .

5) Tracer (Δ) et (C).

6) La fonction f admet sur $[0; +\infty[$ une fonction réciproque h . Calculer $h'(0)$.

		عدد المسائل : اربع
		مسابقة في مادة الرياضيات
الاسم: الرقم:	المدة ساعتان	
Q1	Réponses	N
1	$m + 1 - 4m - 2 + 4m - 6 = 0; m = 3$ alors $A(4;7;8)$	1
2	$4=2t; 7 = 5t - 3; 8 = 4t$ donc $t = 2$ valeur unique, alors A appartient à (d') $2t - 10t + 6 + 8t - 6 = 0$ donc (d') est incluse (P) .	1/2
3a	$\overline{AM} \cdot (\overline{V} \wedge \overline{V}') = 0$; $\begin{vmatrix} x-4 & y-7 & z-8 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \end{vmatrix} = 0$; alors $(Q): 2x - z = 0$	1
3b	$\overline{N} \cdot \overline{N}' = 2 + 0 - 2 = 0$; $(P) \perp (Q)$	1/2
3c	$B \in (d)$ et $(P) \perp (Q)$ et comme (d') intersection de (P) et (Q) alors $d(B; (d')) = d(B; (P)) = \frac{ x_B - 2y_B + 2z_B - 6 }{\sqrt{1+4+4}} = \frac{3}{3} = 1$	1
Q2	Réponses	N
1a	$z' + i = \frac{1 - iz + iz + 2i}{z + 2} = \frac{1 + 2i}{z + 2}$ donc $(z' + i)(z + 2) = 1 + 2i$.	1
1b	$ z' + i = AM'$; $ z + 2 = BM$ $AM' \times BM = z' + i \times z + 2 = 1 + 2i = \sqrt{5}$.	1
1c	$M \in C(B; 1)$; $BM = 1$; $AM' = \sqrt{5}$ alors M' se déplace sur le cercle de centre A et de rayon $\sqrt{5}$.	1/2
2a	$z = -2 + iy$; $z' = \frac{2}{y} + i \frac{-y-1}{y}$	1
2b	z' est un réel ; $\text{Im}(z') = 0$; $-y - 1 = 0$ donc $M(-2; -1)$	1/2
Q3	Réponses	N
1a	$P(N/A) = \frac{1}{2}$; $P(N \cap A) = P(A) \times P(N/A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.	1
1b	$P(N) = P(N \cap A) + P(N \cap \overline{A}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$; $P(A/N) = \frac{P(A \cap N)}{P(N)} = \frac{1/4}{3/8} = \frac{2}{3}$	1
2a	$P(E) = \frac{C_2^2}{C_6^2} + \frac{C_2^2}{C_6^2} = \frac{2}{15}$.	1/2
2b	Réaliser F c'est avoir : (1 et 2) ou (1 et 4) ou (2 et 3) ou (3 et 4) alors $P(F) = \frac{C_2^1 \times C_2^1 + C_2^1 \times C_1^1 + C_2^1 \times C_1^1 + C_1^1 \times C_1^1}{C_6^2} = \frac{3}{5}$ et $P\left(\frac{F}{\overline{E}}\right) = \frac{P(F \cap \overline{E})}{p(\overline{E})} = \frac{P(F)}{1 - p(E)} = \frac{9}{13}$.	1/2

Q4		Réponses	N												
A	1	$g'(x) = 1 + e^x > 0$ pour tout réel x donc g est strictement croissante sur \mathbb{R} . <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td colspan="2" style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$+\infty$	$g'(x)$	+		$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$	1			
	x	$-\infty$	$+\infty$												
$g'(x)$	+														
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$													
2	g est strictement croissante sur \mathbb{R} avec $g(0) = 0$ donc si $x < 0$ alors $g(x) < 0$ et si $x > 0$ alors $g(x) > 0$.	1													
B	1	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$. L'axe (x') est une asymptote à (C) en $-\infty$.	1												
	2	$f(x) - (x-2) = \frac{-x+2}{1+e^x}$ donc (C) est au-dessus de (d) pour $x < 2$, (C) est en-dessous de (d) pour $x > 2$ et (C) coupe (d) pour $x=2$.	1												
	3	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x-2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+2}{1+e^x} = 0$. Donc la droite d'équation $y = x-2$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.	1												
	4	$f'(x) = \frac{[e^x + e^x(x-2)][1+e^x] - e^x(x-2)e^x}{(1+e^x)^2}$ $= \frac{e^x(x-1+e^x)}{(1+e^x)^2} = \frac{e^x g(x)}{(1+e^x)^2}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>0</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	0	-1	$+\infty$	1
	x	$-\infty$	0	$+\infty$											
$f'(x)$	-	0	+												
$f(x)$	0	-1	$+\infty$												
5		1													
6	Comme $f(2)=0$ donc $h'(0) = \frac{1}{f'(2)} = \frac{1+e^2}{e^2}$.	1													