

عدد المسائل : ستة
مسابقة في مادة الرياضيات
المدة ساعتان
الاسم :
الرقم :

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
-يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

I - (2 points)

Dans le tableau ci-dessous, une seule réponse à chaque question est correcte .
Ecrire le numéro de la question et la réponse correspondante. Justifier votre choix.

Numéro	Question	Réponses proposées		
		a	b	c
1	Soit $P(x) = 3x^2 - 2x + 2\sqrt{3}$, alors $P(\sqrt{3}) =$	9	0	$9 + 4\sqrt{3}$
2	Le prix initial d'un article est 5 200 L.L. Après une réduction de 15% le prix sera	5 980 L.L	780 L.L	4 420 L.L
3	x est la mesure d'un angle aigu tel que $\sin x = \frac{2}{5}$, alors $\cos x =$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{\sqrt{21}}{5}$
4	Si $2x - 3 > 5$, alors	$x + 4 > 0$	$-3x + 12 < 0$	$x < -4$

II - (2,5 points)

On considère les trois nombres suivants **A**, **B** et **C** tels que:

$$A = \frac{8}{3} + 5 \div \left(1 - \frac{2}{5}\right) ; \quad B = \sqrt{2 - \frac{6}{5}} \times \sqrt{2 + \frac{6}{5}} \quad \text{et} \quad C = \frac{2\sqrt{75} - \sqrt{48}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{54} - 5\sqrt{27}}$$

Dans ce qui suit, faire apparaître les étapes du calcul.

- 1) **Montrer** que **A** est un entier naturel.
- 2) **Ecrire B** sous forme d'une fraction irréductible.
- 3) **Montrer** que **C** est un nombre décimal.
- 4) **Prouver** que $B + C = 2$.

III - (2 points)

1) **Résoudre** le système suivant :
$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

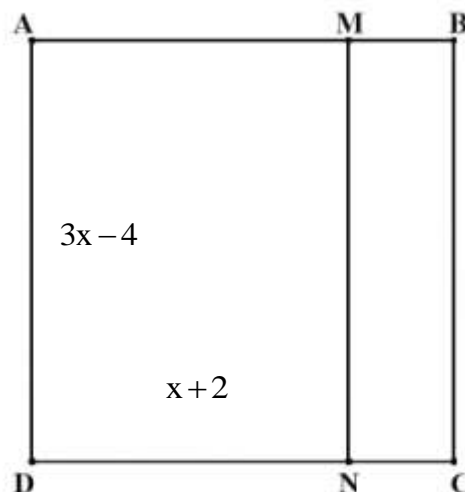
- 2) **Trouver**, en justifiant, deux entiers naturels dont la somme est égale à 35 et tel que le double de l'un est égal au triple de l'autre.

IV - (3,5 points)

On donne l'expression algébrique suivante :

$$E(x) = (3x - 4)^2 - (3x - 4)(x + 2)$$

- 1) a. **Montrer** que $E(x) = 6x^2 - 26x + 24$.
b. **Résoudre** l'équation $E(x) = 24$.
- 2) **Factoriser** $E(x)$.
- 3) Dans la figure ci-contre :
ABCD est un **carré** dont le côté mesure $3x - 4$.
AMND est un **rectangle** tel que $DN = x + 2$ ($x > 3$).
a. **Exprimer**, en fonction de x , l'aire S du carré **ABCD** et S' celle du rectangle **MBCN**.
b. **Déterminer** x pour que $S = 4S'$.



V - (5 points)

Dans un repère orthonormé d'axes $x'Ox$; $y'Oy$, on donne les points $A(3;3)$, $B(0;-3)$ et $C(-6;0)$.

- 1) **Placer** les points **A**, **B** et **C**.
- 2) **Vérifier** que $y = 2x - 3$ est l'équation de la droite (AB) .
- 3) **Calculer** la pente de la droite (BC) .
Déduire que (AB) et (BC) sont perpendiculaires.
- 4) **Montrer** que le triangle ABC est rectangle isocèle.
- 5) Soit **D** le point défini par $\overline{AD} = \overline{BC}$.
a. **Vérifier** que le point **D** a pour coordonnées $(-3;6)$.
b. **Montrer** que le quadrilatère **ABCD** est un carré.
- 6) Soit **E** le symétrique de **D** par rapport à **A** et **(G)** le cercle circonscrit au triangle **CDE**.
a. **Calculer** les coordonnées de **E**.
b. **Calculer** les coordonnées du point **I** centre du cercle (G) .
c. **Déterminer** l'équation de la tangente en **D** au cercle (G) .

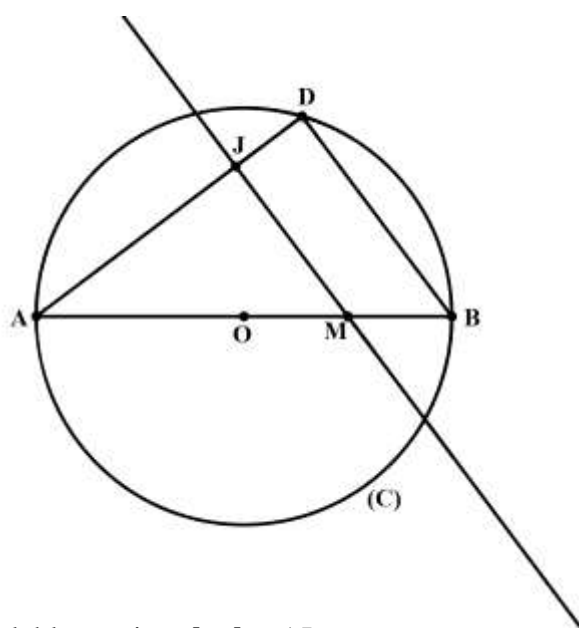
VI - (5 points)

Dans la figure ci-contre, on donne **un cercle (C)** de centre **O** et de diamètre $AB = 6$ cm.

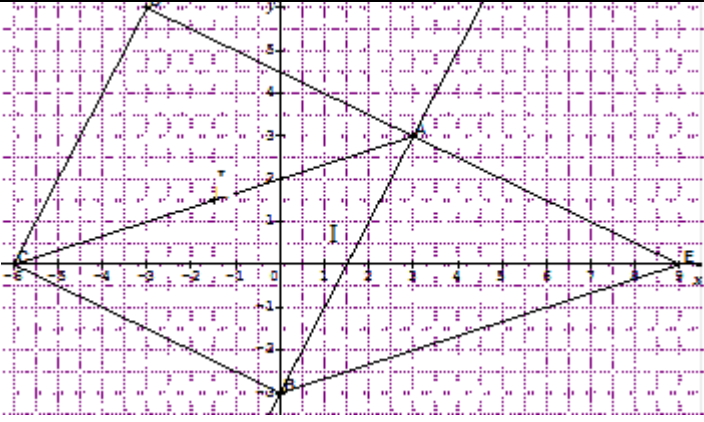
Soit **D** le point de (C) tel que $BD = 3,6$ cm.

Du point **M** milieu de $[OB]$, on mène la parallèle à (BD) qui coupe $[AD]$ en **J**.

- 1) **Reproduire** la figure, elle sera complétée dans la suite du problème.
- 2) **Montrer** que ABD est un triangle rectangle, puis **vérifier** que $AD = 4,8$ cm.
- 3) **Vérifier** que $AJ = 3,6$ cm et **calculer** JM .
- 4) Les tangentes à (C) en A et D se coupent en L .
Les deux droites (OL) et (AD) se coupent en F .
a. **Calculer** OF .
b. **Démontrer** que les deux triangles OFA et OAL sont semblables, puis **calculer** AL .
c. **Calculer**, arrondie au degré près, la mesure de l'angle \widehat{ALD} .



مشروع أسس التصحيح

Partie de la Q.	Question I	Note
1	$P(\sqrt{3}) = 9$, alors la réponse (a)	0.5
2	le prix sera $5\ 200 \times 0.85 = 4420$, alors la réponse (c)	0.5
3	$\cos^2 x = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$, alors la réponse (c)	0.5
4	Si $2x - 3 > 5$, alors $x > 4$ donc $-3x + 12 < 0$, alors la réponse (b)	0.5
Question II		
1	$A = \frac{8}{3} + 5 \div \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{8}{3} + \frac{25}{3} = 11$	0.5
2	$B = \sqrt{4 - \frac{36}{25}} = \sqrt{\frac{100 - 36}{25}} = \frac{8}{5}$	1
3	$C = \frac{10\sqrt{3} - 4\sqrt{3}}{5 \times 2 \times 3\sqrt{3} - 15\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{15\sqrt{3}} = \frac{2}{5}$ donc $B + C = 2$	1
Question III		
1	$x = 21$ et $y = 14$	1
2	Soit x et y ces deux entiers d'où le système est: $\begin{cases} x + y = 35 \\ 2x = 3y \end{cases}$ alors $x = 21$ et $y = 14$	1
Question IV		
1.a	$E(x) = 6x^2 - 26x + 24$	0.5
1.b	$E(x) = 24$ donc $x = 0$ ou $x = \frac{13}{3}$	0.5
2	$E(x) = (3x - 4)(3x - 4 - x - 2) = 2(3x - 4)(x - 3)$.	0.5
3.a	$S = (3x - 4)^2$ et $S' = (3x - 4)^2 - (3x - 4)(x + 2)$	1
3.b	$S = 4S'$ alors $x = \frac{4}{3}$ à rejeter ou $x = 4$ acceptable.	1
Question V		
1.		0.5
2	Equation de (AB) est $y = 2x - 3$	0.5
3	$a_{(BC)} = \frac{-1}{2}$ alors (AB) et (BC) sont perpendiculaires (produit de leurs pentes égales - 1)	0.75
4.	(AB) perpendiculaire à (BC), $AB = 3\sqrt{5}$; $BC = 3\sqrt{5}$ alors ABC est un triangle rectangle isocèle	0.5

5.a	$\overline{AD} = \overline{BC}$ alors D(-3;6)	0.5
5.b	$\overline{AD} = \overline{BC}$ donc ABCD est un parallélogramme (BC) perpendiculaire à (AB) et AB = BC donc il est un carré.	0.5
6. a	E(9, 0).	0.5
6. b	I($\frac{3}{2}$, 0)	0.5
6.c	$a_{(ID)} = -\frac{4}{3}$ donc la pente de la tangente = $\frac{3}{4}$ et par suite l'équation de la tangente est $y = \frac{3}{4}x + \frac{33}{4}$.	0.75

Question VI

1		0.5
2	ABD est rectangle en D car il est inscrit dans un demi-cercle de diamètre [AB] $AD^2 = 36 - 12,96 = 23,04$ d'où $AD = 4,8\text{cm}$.	0.75
3	D'après le th. De Thales $\frac{AJ}{AD} = \frac{AM}{AB} = \frac{JM}{BD}$ alors $AJ=3,6\text{cm}$ et $JM=2,7\text{cm}$	1
4.a	F milieu de [AD] et O milieu de [AB] donc $OF = \frac{1}{2} BD$ et par suite $OF = 1,8$ ou....	0.5
4.b	\hat{O} angle commun, $\hat{OAL} = \hat{OFA} = 90^\circ$ $\frac{OF}{OA} = \frac{AF}{LA} = \dots$ donc $AL = 4$	1.25
5.a	$\tan \hat{OLA} = \frac{3}{4}$ donc $\hat{OLA} = 37^\circ$ alors $\hat{ALD} = 74^\circ$	1