

دورة سنة 2013 العادية	الشهادة المتوسطة	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات
الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	عدد المسائل ستة

ملاحظة : يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.  
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

### I- (2 points)

Les trois questions suivantes sont indépendantes :

(On demande de faire apparaître les étapes des calculs)

$$1) \text{ On donne : } A = \frac{5\sqrt{18} - 2\sqrt{98}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{24} - 4\sqrt{2}}$$

- Ecrire A sous forme d'une fraction irréductible.
- Ecrire A en notation scientifique.

$$2) \alpha \text{ est un angle aigu. Montrer que : } (1 - \sin^2 \alpha) \cdot \tan^2 \alpha = \sin^2 \alpha.$$

3) Déterminer le réel x pour que le tableau suivant soit un tableau de proportionnalité :

$3 + \sqrt{5}$	x
$\frac{7}{5}$	$3 - \sqrt{5}$

### II- (3 points)

On a interrogé 40 élèves sur le nombre de livres lus le mois dernier.  
Les résultats sont donnés par le tableau suivant :

Nombre de livres lus	0	2	4	6	7	Total
Effectif	2	7	10	9	12	40
Fréquence en %			25			100
Angle au centre d'un diagramme circulaire			90°			360°

- Déterminer la moyenne de cette série.
- Reproduire et compléter le tableau ci-dessus .
- Quel est le nombre d'élèves qui ont lu **au moins** 6 livres ?

### III-(3 points)

On donne  $A(x) = (2x - 3)^2 - (x - 6)^2$  et  $B(x) = 2(x - 3)^2 + 9 - x^2$ .

1) a. Développer et réduire A(x).

b. Calculer  $A(1 + \sqrt{2})$ . Ecrire la réponse sous la forme  $a + b\sqrt{2}$  où a et b sont deux entiers.

2) Factoriser A(x).

3) Vérifier que  $B(x) = (x - 3)(x - 9)$ .

$$4) \text{ Soit } F(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$$

a. Pour quelles valeurs de x, F(x) est-elle définie?

b. Simplifier F(x) puis résoudre l'équation  $F(x) = -1$ .

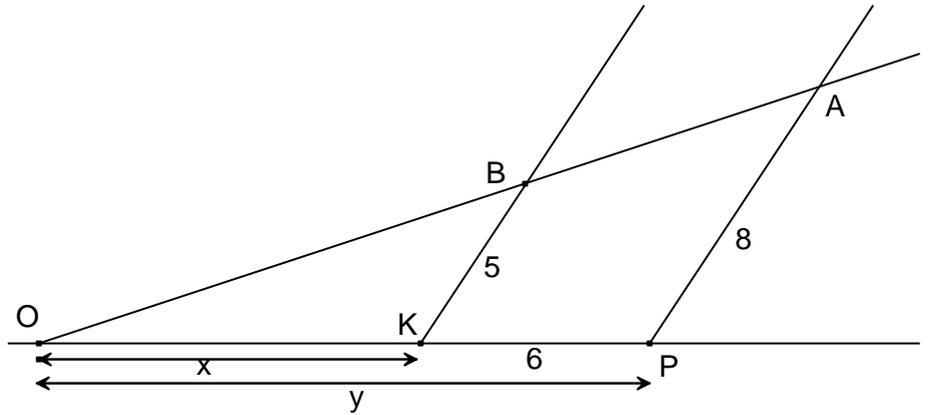
**IV- (2 points)**

1) Résoudre, en détaillant le calcul,

$$\begin{cases} x - y = -6 \\ 8x - 5y = 0 \end{cases}$$

2) Dans la figure ci-contre où l'unité de longueur est le centimètre :

- Les points O, K et P sont alignés
- Les points O, B et A sont alignés
- (KB) et (PA) sont parallèles
- $OK = x$ ,  $OP = y$ ,  $KB=5$ ,  $KP=6$  et  $PA=8$ .



Calculer la longueur OP.

**V- (5,5 points)**

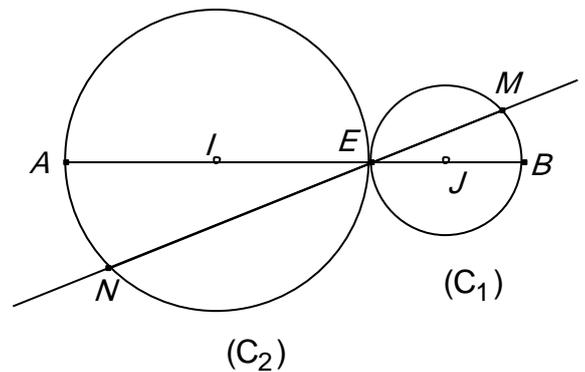
Dans un repère orthonormé d'axes  $x'Ox$ ;  $y'Oy$  où l'unité de longueur est le centimètre, on donne la droite (d) d'équation  $y = -x - 4$  et les points A  $(-1; -3)$ , B  $(-7; 3)$  et C  $(3; 1)$ .

- 1) a. Vérifier que A et B sont deux points de (d).  
b. Placer les points A, B et C. Tracer (d).
- 2) a. Calculer BC.  
b. Sachant que  $AB = 6\sqrt{2}$  et  $AC = 4\sqrt{2}$ , montrer que ABC est un triangle rectangle.
- 3) Soit J le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Calculer les coordonnées de J.
- 4) Montrer que la droite (d') d'équation  $y = x + 4$  est la médiatrice de [AB].
- 5) a. Calculer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{BC}$ .  
b. Soit D le translaté de A par la translation de vecteur  $\overrightarrow{BC}$ . Calculer les coordonnées de D.
- 6) Soit A' le symétrique de A par rapport à J.  
a. Montrer que ABA'C est un rectangle.  
b. Montrer que C est le milieu de [DA'].

**VI-(4,5 points)**

Dans la figure ci-contre :

- A, E et B sont trois points alignés
- $AE = 8$  et  $EB = 4$
- $(C_1)$  est le cercle de diamètre [EB] et de centre J
- $(C_2)$  est le cercle de diamètre [EA] et de centre I
- M est un point variable de  $(C_1)$
- La droite (ME) recoupe  $(C_2)$  en N.



- 1) Reproduire la figure.
- 2) Montrer que les droites (MB) et (NA) sont parallèles.
- 3) Montrer que les deux triangles ANE et BME sont semblables et calculer leur rapport de similitude.
- 4) Soit P le point défini par  $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MB}$ .  
a. Montrer que le quadrilatère EPBM est un rectangle.  
b. Dédire que P est un point de  $(C_1)$ .
- 5) Soit K le point d'intersection de (ME) et (IP).  
Montrer que [MK] est une médiane dans le triangle IMP.
- 6) Les droites (BP) et (AN) se coupent en L.  
Montrer que, lorsque M varie sur  $(C_1)$ , L varie sur un cercle dont on déterminera un diamètre.

Questions	Eléments de réponses								Notes	
<b>I</b>	<b>1.a</b>	$A = \frac{5\sqrt{18} - 2\sqrt{98}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{24} - 4\sqrt{2}} = \frac{15\sqrt{2} - 14\sqrt{2}}{12\sqrt{2} - 4\sqrt{2}} = \frac{1}{8}$								0,75
	<b>1.b</b>	$A = 0,125 = 1,25 \times 10^{-1}$								0,25
	<b>2</b>	$\tan^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}, (1 - \sin^2 \alpha) = \cos^2 \alpha. \text{ D'où : } \tan^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha) = \sin^2 \alpha.$								0,5
	<b>3</b>	$x = \frac{(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})}{\frac{7}{5}} = \frac{20}{7}$								0,5
<b>II</b>	<b>1</b>	$\bar{X} = \frac{0 \times 2 + 2 \times 7 + 4 \times 10 + 6 \times 9 + 7 \times 12}{40} = 4,8$								0,75
	<b>2</b>	Nombre de livres lus	0	2	4	6	7	Total	2	
		Effectif	2	7	10	9	12	40		
		Fréquence en %	5	17,5	25	22,5	30	100		
Angle au centre		18°	63°	90°	81°	108°	360°			
<b>3</b>	Le nombre d'élèves est 21								0,25	
<b>III</b>	<b>1.a</b>	$3x^2 - 27$								0,5
	<b>1.b</b>	$-18 + 6\sqrt{2}$								0,5
	<b>2</b>	$(2x-3-x+6)(2x-3+x-6) = 3(x-3)(x+3)$								0,5
	<b>3</b>	$B(x) = 2(x-3)^2 - (x^2 - 9) = (x-3)[2(x-3) - (x+3)] = (x-3)(x-9)$								0,5
	<b>4.a</b>	F(x) est définie si $x \neq 3$ et $x \neq 9$								0,25
	<b>4.b</b>	$F(x) = \frac{3(x+3)}{x-9}; \frac{3(x+3)}{x-9} = -1; \text{ alors } 4x = 0; x = 0$								0,75
<b>IV</b>	<b>1</b>	$\begin{cases} x - y = -6 \\ 8x - 5y = 0 \end{cases}, \dots, x=10, y=16$								1
	<b>2</b>	Thales donne : $\frac{x}{y} = \frac{5}{8}$ et PK=6 : $y-x=6$ D'où le système donné .OP = y=16 .ou.....								1
<b>V</b>	<b>1.a</b>	Les coordonnées de A et B vérifient l'équation de (d).								0,5

	<p><b>1.b</b> Figure A, B, C et (d)</p>	0,75
<b>2.a</b>	$BC = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$	0,5
<b>2.b</b>	$BC^2 = AB^2 + AC^2$ ; ABC rectangle.	0,5
<b>3</b>	J milieu de [BC] $x_J = \frac{-7+3}{2} = -2, y_J = \frac{3+1}{2} = 2$ ; J(-2;2).	0,5
<b>4</b>	La médiatrice de [AB] est perpendiculaire à [AB] en son milieu (-4 ; 0) .Sa pente= 1 et son équation est $y = x + 4$ .	0,75
<b>5.a</b>	$\overline{BC}$ (10; -2)	0,5
<b>5.b</b>	$\overline{AD} = \overline{BC}$ , D(9; -5)	0,5
<b>6.a</b>	ABA'C parallélogramme + angle droit : rectangle.	0,5
<b>6.b</b>	A',C et D sont alignés . $CA' = CD$ ou.....	0,5
<b>VI</b>	<p><b>1</b></p>	0,25
<b>2</b>	(MB) et (NA) sont perpendiculaires à (MN).	0,5
<b>3</b>	$\sphericalangle BME = \sphericalangle ENA = 90^\circ$ $\sphericalangle AEN = \sphericalangle MEB$ , $\frac{EN}{EM} = \frac{EB}{EA} = \frac{1}{2}$ .....	1
<b>4.a</b>	EPBM est un parallélogramme,+ angle droit donc c'est un rectangle.	0,5
<b>4.b</b>	BPE est rectangle, [EB] diamètre donc P est un point de (C <sub>1</sub> )	0,5
<b>5</b>	Dans le triangle IMP, [MK] est une médiane.	0,75
<b>6</b>	(BP) perpendiculaire à (MB) donc perpendiculaire à (AN) donc $\sphericalangle ALB = 90^\circ$ et L varie sur le cercle de diamètre [AB].	1