وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات	امتحاناتللشهادة الثانوية العامة فرع الاقتصاد و الاجتماع	دورة العام 2015 العادية الثلاثاء16 حزيران 2015
عدد المسائل : أربع	مسابقة في مادةالرياضيات المدة: ساعتان	الاسم: الرقم:

إرشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الإلتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I-(4 points)

Le montant des ventes d'une entreprise (en millions de LL) pour chacune des années suivantes est donné dans le tableau ci-dessous :

Année	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Rang $x_i$de l'année	1	2	3	4	5	6	7
Montant des ventes y_i(en millionsde LL)	12	19	29	37	45	53	62

1) a- Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$.

b- Calculer les coordonnées du point moyen G et placer ce point dans le repère précédent.

c- Déterminer une équation de la droite de régression $\left(D_{y/x}\right)$de y en x et tracer cette droite dans le même repère.

2) Calculer le coefficient de corrélation r de cette sérieet interpréterla valeurainsi obtenue.

3) On suppose que le modèle reste valide pour les prochaines dix années.

a- Estimer le montant des ventes de cette entreprise en 2018.

b- Calculer le pourcentage de l'augmentation du montant des ventes de 2014à 2018.

II- (4 points)

En2012, la quantité des déchets dans les décharges d'une ville était de 40 000 tonnes. Une organisation régionale décide de les réduire annuellement de 5%, mais 300 tonnes s'ajoutent chaque année à ces déchets après la réduction.

On désigne par u_n la quantité, en tonnes, des déchets en l'année $(2012+n)$. $(n \in IN)$

Ainsi $u_0 = 40\ 000$.

1) a- Vérifier que $u_1 = 38300$ et calculer u_2.

b- Montrer que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,95u_n + 300$.

2) On considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 6000$.

a- Montrer que la suite (v_n) est géométrique et préciser son premier termeet sa raison.

b- Exprimer v_n en fonction de n puis déduire u_n en fonction de n.

3) Le recyclage d'une tonne de déchet coûte 120 000 LL . Soit h_n le montant nécessaire pour le recyclage des déchets en l'année $(2012+n)$.

a- Exprimer h_n en fonction de n puis montrer que la suite (h_n) est strictement décroissante.

b- En quelle année, h_n sera pour la première fois strictementinférieurà 3×10^9 LL ?

III- (4 points)

Une enquête menée auprès d'un groupe d'élèves sur lesappareils qu'ils ont achetés,a donné les résultats suivants :

- 40% de ces élèves ont acheté une tablette.
- Parmi ceux qui ont acheté une tablette, 20% ont acheté une calculatrice.
- Parmi ceux qui n'ont pas acheté de tablette, 95% ont acheté une calculatrice.

Un élève pourrait avoir acheté une tablette, une calculatrice, les deux à la fois, ou aucune d'elles.
On choisit au hasard un élève de ce groupe.On considèreles évènements suivants:
C : « L'élève choisi a acheté une calculatrice » et T: « L'élève choisi a acheté une tablette ».

1) a- Calculer les probabilités $P(C \cap T)$ et $P(C)$.
   b- Calculer $P\left(\overline{C} \cap \overline{T}\right)$.
2) L'élève choisi n'a pasacheté de calculatrice, calculer la probabilité qu'il n'ait pas acheté une tablette.
3) Le prix d'unetablette est de 150 000LL et celui d'une calculatrice estde 30 000 LL.
   Soit X la variable aléatoire égale au montant payé par un élève pour l'achat desappareils cités.
   a- Donner les quatrevaleurspossiblesde X.
   b- Déterminer la loi de probabilitéde X.
   c- Calculerl'espérancemathématique E(X) et estimer le montantpayé par 500 élèves.

IV- (8 points)

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x + 1 - \dfrac{\ln x}{x}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
Soit (d) la droite d'équation $y = x + 1$.

Partie A

1) Déterminer $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ et déduire une équation d'une asymptote à (C).
2) a-Etudier, suivant les valeurs de x, la position relative de (C) et (d).
   b- Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et prouver que (d) est une asymptote à (C).
3) a- Recopier et compléter le tableau de variations def donné ci-dessous.
b- Tracer (d) et (C).

x	0		1		$+\infty$
f '(x)	‖	−	0	+	
f(x)	‖				

4) La droite (D) d'équation y = 3,2 coupe (C) en deux points d'abscisses α et β avec $\alpha < \beta$.
Vérifierque $0,4 < \alpha < 0,5$ etque $2,5 < \beta < 2,6$.

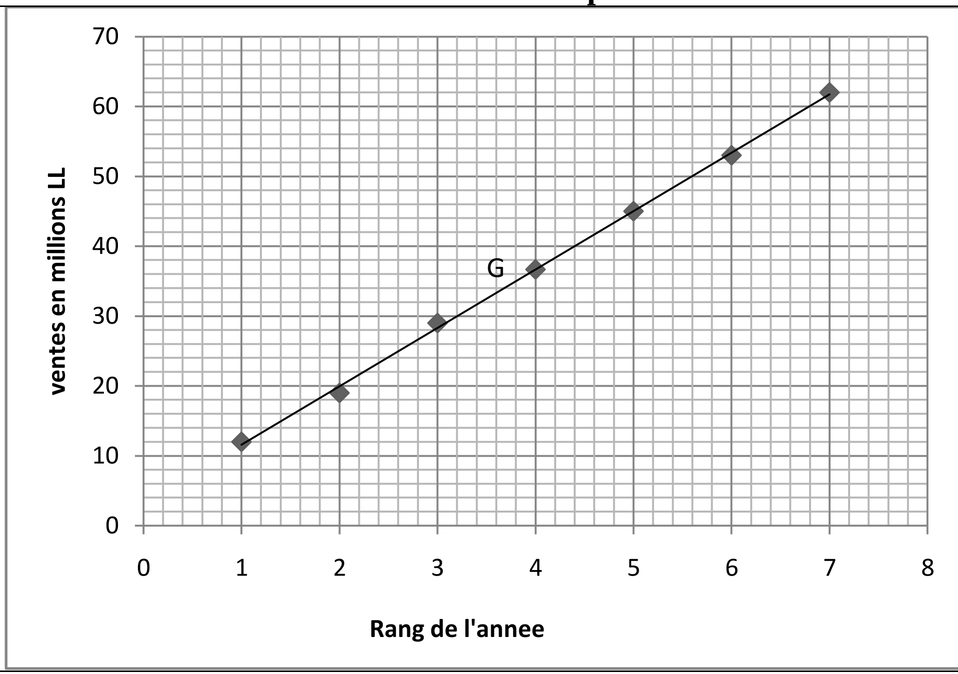
Partie B

Une entreprise fabriquedes articles. Le coût moyen, en millions de LL, est modélisé par $C_M(x) = f(x)$ où x est le nombre en milliers des articles fabriqués, avec $0,3 \le x \le 8$.

1) Donner le nombre d'articles qu'on doit fabriquer pour que le coût moyen soit minimal et déterminer la valeur de ce minimum.
2) a- Déterminer, en fonction de x, le coût total $C_T(x)$ et le coût marginal $C_m(x)$.
b- Calculer $C_m(1)$ et donner une interprétation économique àla valeur ainsi trouvée.
3) 60% desarticlesfabriqués sont vendus à 4000 LLl'un etles articles restants sont vendus chacun à 2000 LL.
   a- Vérifier que le profit est donné par $P(x) = x\left[3,2 - C_M(x)\right]$.
b- L'entreprise réalise-t-elle un bénéfice si elle fabrique et vend un nombre d'articles compris entre 500 et 2500 ? Expliquer.

وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات	امتحاناتللشهادة الثانوية العامة فرع الاقتصاد و الاجتماع اسس التصحيح	دورة العام 2015 العادية الثلاثاء16 حزيران 2015
عدد المسائل :أربع	مسابقة في مادةالرياضيات المدة: ساعتان	

I-(7 points)

Q	Réponses	N
1a		
1b	G (4; 36.714) est le point moyen	
1c	$(D_{y/x})$: y=8,357x+ 3,285.	
2	r = 0,999 Il y a une très forte corrélation positive.	
3a	En 2015, le rang est 11. Donc le montant des ventes est 95 212 000LL.	
3b	Pourcentage de l'augmentation = $\frac{95\ 212000-62\ 000000}{62\ 000000}\times 100=53,568\%$.	

II-(7 points)

Q	Solutions	N
1-a	$u_1=\left(40000-40000\times\frac{5}{100}\right)+300=38300$; $u_2=\left(38300-38300\times\frac{5}{100}\right)+300=36685$.	
1-b	$u_{n+1}=(1-0,05)\,u_n+300=0,95u_n+300.$	
2a	$v_{n+1}=u_{n+1}-6000=0,95u_n+300-6000=0,95u_n-5700$ $=0,95(u_n-6000)=0,95v_n\Rightarrow(v_n)$ est une suite géométrique de raison 0,95 et de premier terme $v_0=u_0-6000=40000-6000=34000$.	
2b	$v_n=v_0r^n=34000(0,95)^n$, $v_n+6000=u_n\Rightarrow 34000(0,95)^n+6000=u_n$.	

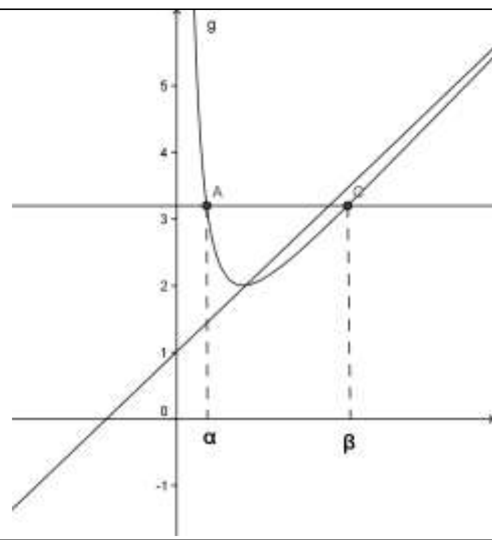
3a	$h_n = u_n\left(0,80\times100000+0,20\times200000\right) = (34000\times(0,95)^n+6000)\times120000.$ $h_{n+1}-h_n = 34000(-0,05)(0,95)^n = -1700(0,95)^n < 0;$ (h_n) est une suite strictement décroissante.	
3b	$(34000\times(0,95)^n+6000)\times120000 < 3000\,000\,000 \Rightarrow (34000\times(0,95)^n+6000) < 25000 \Rightarrow$ $34000\times(0,95)^n < 19000 \Rightarrow n > 11,34$. En l'année 2024…	

III-(7 points)

Q	Réponses	N
1	$P(C\cap T) = P\left(C/T\right).P\left(T\right) = 0,2.0,4 = 0,08$ et $P(C) = P(C\cap T)+P(C\cap\overline{T}) = 0,08+(0,6.0,95) = \frac{13}{20}$	
2	$P(\overline{C}\cap\overline{T}) = P\left(\overline{C}/\overline{T}\right).P(\overline{T}) = 0,05.0,6 = \frac{3}{100}$	
3	$P(\overline{T}/\overline{C}) = \frac{P(\overline{T}\cap\overline{C})}{P(\overline{C})} = \frac{0,3}{0,35} = \frac{6}{7}$	
4a	$x_1 = 180000$ (T et C) $x_2 = 150000$ (seulementT) $x_3 = 30000$ (seulement C) $x_4 = 0.$ (rien) $X(\Omega) = \{0;30\,000;150000;180\,000\}$	
5b	see table below	
5c	E(X) =$180000\times\frac{2}{25}+150000\times\frac{8}{25}+30000\times\frac{57}{100}+0\times\frac{3}{100} = 79500.$ Le montant moyen payé par un élève est 79500 LL. Donc 500×(79500) = 39750000LL.	

5b:

x_i	0	30 000	150 000	180 000
p_i	$\frac{3}{100}$	$\frac{57}{100}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{2}{25}$

<table>
<tr><th>Q</th><th>Réponses</th><th>N</th></tr>
<tr><td>A1</td><td>$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$; l’axe des ordonnées est une asymptote.</td><td></td></tr>
<tr><td>A2a</td><td>$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x) - y) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\frac{\ln x}{x}\right) = 0$ est une asymptote.</td><td></td></tr>
<tr><td>A2b</td><td>$f(x) - y = \left(-\frac{\ln x}{x}\right)$. Pour 0 < x <1, la courbe (C) est au-dessus de l’asymptote (d)
Pour x >1, la courbe (C) est au-dessous de (d); (C) coupe (d) au point A (1 ;2).</td><td></td></tr>
<tr><td>3a</td><td>$$\begin{array}{c|ccccc} x & 0 & & 1 & & +oo \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & +oo & \searrow & 2 & \nearrow & +oo \end{array}$$</td><td></td></tr>
<tr><td>3b</td><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td>A5</td><td>f (0,4) = 3,69 > 3,2 et f(0,5) = 2,88< 3,2
f(2,5) = 3,13<3,2 et f(2,6) = 3,23>3,2.Donc $0,4 < \alpha < 0.5$ et $2,5 < \beta < 2,6$
0.5 < α < 0.6 and 1<β < 2.</td><td></td></tr>
<tr><td>B1</td><td>Puisque $C_M(x) = f(x)$, le coût moyen est minimal lorsque la production est 1000objets, le minimum est 2000000LL.</td><td></td></tr>
<tr><td>B2a</td><td>$C_T(x) = x \times C_m(x) = x^2 + x - \ln(x)$, $C_m(x) = C'(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x}$.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>B2b</td><td>$C_m(1) = 2$. Le coût de production du deuxième milliers d’objets est 2000000 LL.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>B3a</td><td>R(x)= $(\frac{60}{100} \times 4000 \times (1000x) + \frac{40}{100} \times 2000 \times (1000x) \times \frac{1}{1000000}) = 3,2x$.
P(x)=R(x) – C(x) = 3,2x– $x \times C_M(x) = x\left(3,2 - C_M(x)\right)$.</td><td>1</td></tr>
</table>

B3b	P(x) > 0 $\Rightarrow x\left(3,2-C_M(x)\right)>0 \Rightarrow C_M(x)<3,2 \Rightarrow$ f(x) < 3,2 or: $0,5<x<2,5$ donc $\alpha<x<\beta$ alors P(x) > 0 donc il y a de bénéfice.	1