وزارة التربية والتعليم العالي **المديرية العامة للتربية** **دائرة الامتحانات**	**امتحانات الشهادة الثانوية العامة** **فرع الاقتصاد والاجتماع**	**دورة العام 2015 العادية** **الثلاثاء 16 حزيران 2015**
عدد المسائل : أربع	**مسابقة في مادة: الرياضيات** **المدة: ساعتان**	**الاسم:** **الرقم:**

إرشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات أو رسم البيانات.

- يستطيع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I- (4 علامات)

يمثل الجدول التالي المبيعات السنوية لإحدى الشركات (بملايين الليرات اللبنانية).

السنة	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7
المبيعات y_i (بملايين ل.ل)	12	19	29	37	45	53	62

1) a – أرسم في المستوي الإحداثي تشتت النقاط العائد لتوزيع $(x_i\,;\,y_i)$.

b- أحسب إحداثيات مركز الثقل G وضع هذه النقطة في المستوي السابق.

c- حدِّد معادلة الانحدار الخطي $\left(D_{y/x}\right)$ بكتابة y بدلالة x وارسم هذا المستقيم في نفس المستوي.

d- أحسب معامل الترابط r لهذا التوزيع وأعطِ تفسيراً للقيمة التي حصلت عليها.

2) نعتبر أن المنوال أعلاه سيستمر صالحاً لعشر سنوات قادمة.

a- قدر مبيعات الشركة في العام 2018.

b- قدر عندئذ النسبة المئوية للزيادة في المبيعات من العام 2014 إلى العام 2018 .

II- (4 علامات)

في العام 2012 بلغت كمية النفايات في إحدى المدن 40000 طن. قررت إحدى الجمعيات الأهلية تقليص هذه الكمية بنسبة 5% سنوياً عبر تدوير النفايات، مع العلم أن كمية النفايات تزداد 300 طن سنوياً بعد التقليص.

ترمز u_n إلى كمية النفايات بالأطنان فيالعام $(2012+n)$ حيث n عدد طبيعي، وبالتالي فإن $u_0 = 40000$.

1) a- تحقق أن $u_1 = 38300$ ثم احسب u_2 .

b- بين أن $u_{n+1} = 0,95u_n + 300$ وذلك لكل عدد طبيعي n .

2) نعرّف المتتالية (v_n) معرّفة كالتالي: $v_n = u_n - 6\,000$.

a- بين أن (v_n) هي متتالية هندسية واحسب نسبتها الثابتة وحدّها الأول.

b- جِد v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

3) تبلغ كلفة تدوير الطن الواحد من النفايات 120000 ل.ل.

h_n هو المبلغ الذي تحتاجه الجمعية لتدوير النفايات في العام $(2012+n)$.

a- جد h_n بدلالة n ثم بيِّن أن المتتالية (h_n) متناقصة.

b- في أي عام سيصبح المبلغ المخصّص للتدوير أقلّ من 3000 مليون ل.ل. للمرة الأولى ؟

III- (4 علامات)

في ما يلي نتائج استطلاع رأي مجموعة من الطلاب حول الأدوات التي اشتروها.

- 40% من هؤلاء الطلاب اشترى كل منهم لوحة إلكترونية(tablet)
- من بين هؤلاء الذين اشتروا اللوحة إلكترونية، 20%اشترى كل منهم آلة حاسبة.
- من بين الذين لم يشتروا لوحة إلكترونية، 95%اشترى كل منهم آلة حاسبة.

تم اختيار أحد الطلاب عشوائيًا. نعرّف كما يلي الأحداث:

C: "اشترى الطالب المختار آلة حاسبة"

T: "اشترى الطالب المختار لوحة إلكترونية"

1) أ- أحسب الاحتمالين $P(C\cap T)$ وَ $P(C)$.

ب- أحسب الاحتمال $P\left(\overline{C}\cap\overline{T}\right)$.

2) علمًا أن الطالب المختار اشترى آلة حاسبة، ما احتمال أن لا يكون قد اشترى لوحة إلكترونية؟

3) يبلغ سعر اللوحة الإلكترونية000 150 ل.ل. فيما أن سعر الآلة الحاسبة000 30 ل.ل.

X هي المتغيّرة العشوائية المساوية للمبلغ الذي يدفعه الطالب لقاء شرائه لهذه الأدوات.

أ- أعطِ القيم الأربع للمتغيّرة X .

ب- حدّد التوزيع الاحتمالي للمتغيّرة X.

ج- احسب القيمة المتوقعة $E(X)$ وقدّر المبلغ الذي يدفعه 500 طالب.

IV - (8 علامات)

الدالة f معرّفة على الفترة $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x+1-\dfrac{\ln x}{x}$، وَ (C) هو بيانها في المستوى الإحداثي $(O;\vec{i},\vec{j})$، كما أن (d) هو مستقيم معادلته $y=x+1$.

القسم A

1) حدّد $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ واستنتج معادلة مقارب (محاذي) للبيان (C).

2) أ- ناقش، حسب قيم x ، موقع البيان(C) بالنسبة للمستقيم(d).

ب- حدّد $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ وبرهن أن المستقيم (d) هو مقارب للبيان(C).

3) انسخ واكمل جدول التغيّر المقابل للدالةf.

x	0		1		$+\infty$
f '(x)	‖	−	0	+	
f(x)	‖				

4) ارسم (d) وَ (C).

5) يتقاطع المستقيم (D) ذو المعادلة $y = 3.2$ مع البيان (C) في النقطتين $(\alpha\ ,3.2)$ وَ $(\beta\ ,3.2)$ حيث α أصغر من β .

تحقق أن $0.4<\alpha<0.5$ وأن $2.5<\beta<2.6$.

القسم B

تنتج إحدى الشركات x سلعة من صنف معيّن (x بالآلاف).

دالة الكلفة المتوسطة معرّفة كما يلي $C_M(x)=f(x)$ (حيث $C_m(x)$ هي بملايين الليرات) وَ $0.3\le x\le 8$.

1) اعطِ عدد السلع التي يجب انتاجها لتحقيق أدنى كلفة متوسطة، ثم حدّد هذه الكلفة الدنيا.

2) أ- جِد دالة القيمة الاجمالية $C_T(x)$ وكذلك دالة الكلفة الهامشية $C_m(x)$.

ب- احسب $C_m(1)$ واعط تفسيرًا اقتصاديًا للنتيجة.

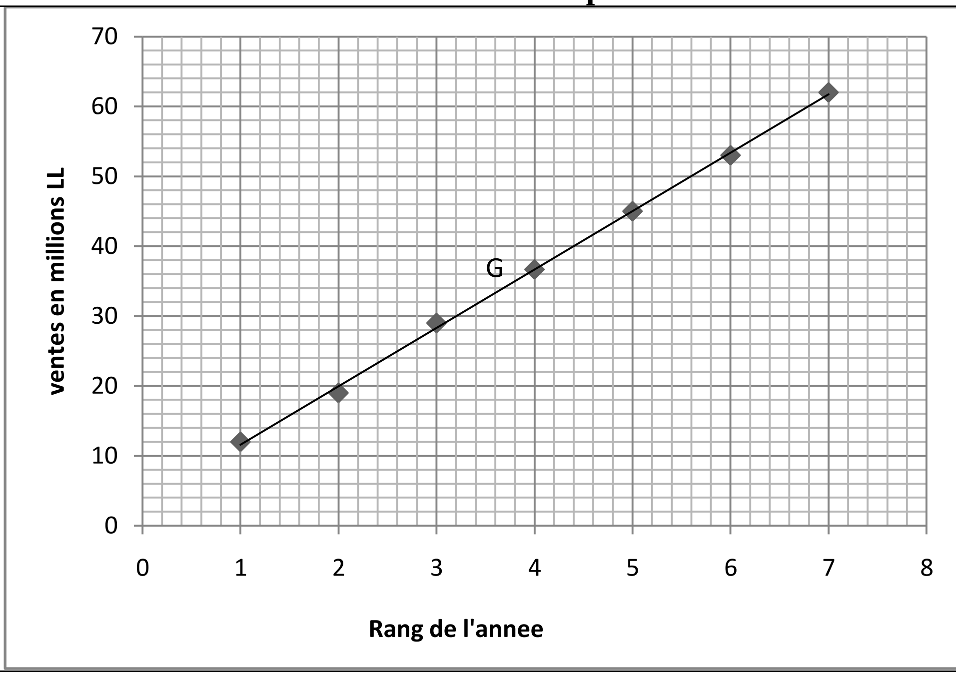
3) باعت الشركة 60% من السلع المنتجة بسعر 4000ل.ل للوحدة، وخلال فترة التنزيلات باعت السلع المتبقية بسعر 2000 ل.ل للوحدة.

أ- تحقق أن دالة الربح هي $P(x)=x(3.2-C_M(x))$.

ب- هل تحقق الشركة ربحًا فيما لو باعت بين500 وَ 2500سلعة من انتاجها؟اشرح.

وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات	امتحاناتللشهادة الثانوية العامة فرع الاقتصاد و الاجتماع اسس التصحيح	دورة العام 2015 العادية الثلاثاء16 حزيران 2015
عدد المسائل :أربع	مسابقة في مادةالرياضيات المدة: ساعتان	

I-(7 points)

Q	Réponses	N
1a		
1b	G (4; 36.714) est le point moyen	
1c	$(D_{y/x})$: y=8,357x+ 3,285.	
2	r = 0,999 Il y a une très forte corrélation positive.	
3a	En 2015, le rang est 11. Donc le montant des ventes est 95 212 000LL.	
3b	Pourcentage de l'augmentation = $\frac{95\ 212000-62\ 000000}{62\ 000000}\times 100=53,568\%$.	

II-(7 points)

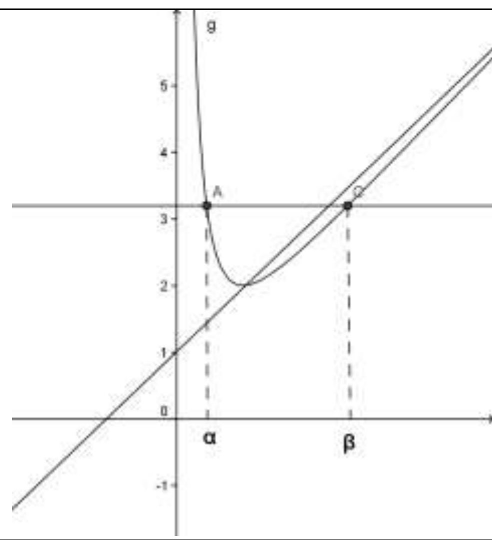
Q	Solutions	N
1-a	$u_1=\left(40000-40000\times\frac{5}{100}\right)+300=38300$; $u_2=\left(38300-38300\times\frac{5}{100}\right)+300=36685$.	
1-b	$u_{n+1}=(1-0,05)\,u_n+300=0,95u_n+300.$	
2a	$v_{n+1}=u_{n+1}-6000=0,95u_n+300-6000=0,95u_n-5700$ $=0,95(u_n-6000)=0,95v_n\Rightarrow(v_n)$ est une suite géométrique de raison 0,95 et de premier terme $v_0=u_0-6000=40000-6000=34000.$	
2b	$v_n=v_0r^n=34000(0,95)^n,\ v_n+6000=u_n\Rightarrow 34000(0,95)^n+6000=u_n.$	

3a	$h_n = u_n\left(0,80\times100000+0,20\times200000\right)= (34000\times(0,95)^n+6000)\times120000.$ $h_{n+1}-h_n = 34000(-0,05)(0,95)^n = -1700(0,95)^n < 0;$ (h_n) est une suite strictement décroissante.	
3b	$(34000\times(0,95)^n+6000)\times120000 < 3000\,000\,000 \Rightarrow (34000\times(0,95)^n+6000) < 25000 \Rightarrow$ $34000\times(0,95)^n < 19000 \Rightarrow n > 11,34$. En l'année 2024…	

III-(7 points)

Q	Réponses	N
1	$P(C\cap T) = P\left(C/T\right).P\left(T\right) = 0,2.0,4 = 0,08$ et $P(C) = P(C\cap T) + P(C\cap\overline{T}) = 0,08 + (0,6.0,95) = \frac{13}{20}$	
2	$P(\overline{C}\cap\overline{T}) = P\left(\overline{C}/\overline{T}\right).P(\overline{T}) = 0,05.0,6 = \frac{3}{100}$	
3	$P(\overline{T}/\overline{C}) = \frac{P(\overline{T}\cap\overline{C})}{P(\overline{C})} = \frac{0,3}{0,35} = \frac{6}{7}$	
4a	$x_1 = 180000$ (T et C) $x_2 = 150000$ (seulementT) $x_3 = 30000$ (seulement C) $x_4 = 0.$ (rien) $X(\Omega) = \{0;30\,000;150000;180\,000\}$	
5b	see table below	
5c	E(X) $=180000\times\frac{2}{25}+150000\times\frac{8}{25}+30000\times\frac{57}{100}+0\times\frac{3}{100} = 79500.$ Le montant moyen payé par un élève est 79500 LL. Donc 500×(79500) = 39750000LL.	

x_i	0	30 000	150 000	180 000
p_i	$\frac{3}{100}$	$\frac{57}{100}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{2}{25}$

<table>
<tr><th>Q</th><th>Réponses</th><th>N</th></tr>
<tr><td>A1</td><td>$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$; l'axe des ordonnées est une asymptote.</td><td></td></tr>
<tr><td>A2a</td><td>$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-y) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\frac{\ln x}{x}\right) = 0$ est une asymptote.</td><td></td></tr>
<tr><td>A2b</td><td>$f(x) - y = \left(-\frac{\ln x}{x}\right)$. Pour 0 < x <1, la courbe (C) est au-dessus de l'asymptote (d)
Pour x >1, la courbe (C) est au-dessous de (d); (C) coupe (d) au point A (1 ;2).</td><td></td></tr>
<tr><td>3a</td><td><table><tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>+ oo</td></tr><tr><td>f ´(x)</td><td></td><td>—</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>f(x)</td><td>+oo</td><td>↘</td><td>2</td><td>↗</td><td>+oo</td></tr></table></td><td></td></tr>
<tr><td>3b</td><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td>A5</td><td>f (0,4) = 3,69 > 3,2 et f(0,5) = 2,88< 3,2

f(2,5) = 3,13<3,2 et f(2,6) = 3,23>3,2.Donc $0,4 < \alpha < 0.5$ et $2,5 < \beta < 2,6$

0.5 < α < 0.6 and 1<β < 2.</td><td></td></tr>
<tr><td>B1</td><td>Puisque $C_M(x) = f(x)$, le coût moyen est minimal lorsque la production est 1000objets, le minimum est 2000000LL.</td><td></td></tr>
<tr><td>B2a</td><td>$C_T(x) = x\times C_m(x) = x^2 + x - \ln(x)$, $C_m(x) = C'(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x}$.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>B2b</td><td>$C_m(1) = 2$. Le coût de production du deuxième milliers d'objets est 2000000 LL.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>B3a</td><td>R(x)= $\left(\frac{60}{100}\times 4000\times(1000x) + \frac{40}{100}\times 2000\times(1000x)\times\frac{1}{1000000}\right) = 3,2x.$
P(x)=R(x) – C(x) = 3,2x– $x\times C_M(x) = x\left(3,2 - C_M(x)\right)$.</td><td>1</td></tr>
</table>

B3b	$P(x) > 0 \Rightarrow x\left(3{,}2 - C_M(x)\right) > 0 \Rightarrow C_M(x) < 3{,}2 \Rightarrow f(x) < 3{,}2$ or: $0{,}5 < x < 2{,}5$ donc $\alpha < x < \beta$ alors $P(x) > 0$ donc il y a de bénéfice.	1