

عدد المسائل : اربع	مسابقة في مادة الرياضيات	الاسم: الرقم:
--------------------	--------------------------	------------------

ارشادات عامة :-يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يجب طبع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

I-(4 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère le plan (P)

d'équation $x - 2y + 2z - 6 = 0$ et les deux droites (d) et (d') définies par :

$$(d) : \begin{cases} x = m + 1 \\ y = 2m + 1 \\ z = 2m + 2 \end{cases} \text{ et } (d') : \begin{cases} x = 2t \\ y = 5t - 3 \\ z = 4t \end{cases} \text{ (m et t sont des paramètres réels).}$$

- 1) Trouver les coordonnées du point A intersection de la droite (d) et du plan (P).
- 2) Vérifier que le point A appartient à la droite (d') et que la droite (d') est contenue dans le plan (P).
- 3) a- Ecrire une équation du plan (Q) formé par les deux droites (d) et (d').
b-Montrer que les deux plans (P) et (Q) sont perpendiculaires.
- 4) Soit B(1;1;2) un point de (d).
Calculer la distance du point B à la droite (d').

II- (4 points)

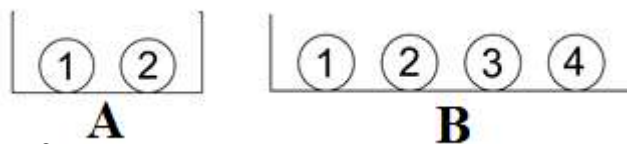
Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A(-i), B(-2) et M(z) où z est un nombre complexe différent de -2.

Soit M' le point d'affixe z' tel que : $z' = \frac{1-iz}{z+2}$.

- 1) a- Trouver la forme algébrique du nombre complexe $(z' + i)(z + 2)$.
b- Donner une interprétation géométrique de $|z' + i|$ et $|z + 2|$, puis déduire que $AM' \times BM = \sqrt{5}$.
c- Démontrer que, lorsque M se déplace sur le cercle de centre B et de rayon 1, M' se déplace sur un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.
- 2) On suppose que $z = -2 + iy$ où y est un réel non nul.
a- Trouver, en fonction de y, la forme algébrique de z'.
b- Déterminer le point M pour lequel z' est réel.

III- (4 points)



On dispose de deux urnes A et B.

- L'urne A contient deux boules numérotées 1 et 2.
- L'urne B contient quatre boules numérotées 1, 2, 3 et 4.

1) On choisit au hasard une des deux urnes puis de l'urne choisie, on tire au hasard une boule.

On considère les événements suivants :

- A : « L'urne choisie est A ».
- N : « La boule tirée porte le numéro 1 ».

a- Calculer les probabilités $P(N/A)$ et $P(N \cap A)$.

b- Montrer que $P(N) = \frac{3}{8}$ et déduire $P(A/N)$.

2) Dans cette partie, les six boules des deux urnes A et B sont placées dans une urne W.

On tire simultanément et au hasard deux boules de l'urne W.

On considère les événements suivants :

- E : « les deux boules tirées portent le même numéro. »
- F : « La somme des numéros portés par les deux boules est impaire. »

a- Vérifier que $P(E) = \frac{2}{15}$.

b- Calculer $P(F)$ et $P(F/\bar{E})$.

IV- (8 points)

A-

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x - 1 + e^x$.

1) Montrer que g est strictement croissante sur \mathbb{R} . Dresser le tableau de variation de g .

2) Calculer $g(0)$ puis étudier, suivant les valeurs de x , le signe de $g(x)$.

B-

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{(x-2)e^x}{1+e^x}$ et (C) sa courbe représentative dans un

repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (Δ) est la droite d'équation $y = x - 2$.

1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. Déduire une asymptote à (C).

2) Étudier, suivant les valeurs de x , la position relative de (C) et (Δ).

3) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et montrer que (Δ) est une asymptote à (C).

4) Montrer que $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(1+e^x)^2}$, puis dresser le tableau de variation de f .

5) Tracer (Δ) et (C).

6) La fonction f admet sur $[0; +\infty[$ une fonction réciproque h . Calculer $h'(0)$.

عدد المسائل : اربع	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	الاسم: الرقم:
--------------------	--	------------------

ارشادات عامة :- يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختران المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

I-(4 points)

The space is referred to a direct orthonormal system $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Consider the plane (P) with equation $x - 2y + 2z - 6 = 0$ and the two lines (d) and (d') defined as:

$$(d): \begin{cases} x = m + 1 \\ y = 2m + 1 \\ z = 2m + 2 \end{cases} \quad \text{and} \quad (d'): \begin{cases} x = 2t \\ y = 5t - 3 \\ z = 4t \end{cases} \quad (m \text{ and } t \text{ are real parameters})$$

- 1) Find the coordinates of A, the intersection point of line (d) and plane (P).
- 2) Verify that A is on line (d'), and that (d') is contained in plane (P).
- 3) a- Write an equation of plane (Q) determined by the lines (d) and (d').
b- Show that the two planes (P) and (Q) are perpendicular.
- 4) Let B(1;1;2) be a point on (d).

Calculate the distance from point B to line (d').

II- (4 points)

The complex plane is referred to a direct orthonormal system $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Consider the points A (-i), B (-2) and M (z) where z is a complex number different from -2.

Let M' be the point with affix z' such that $z' = \frac{1 - iz}{z + 2}$.

- 1) a- Find the algebraic form of the complex number $(z' + i)(z + 2)$.
b- Give a geometric interpretation to $|z' + i|$ and $|z + 2|$, then deduce that $AM' \times BM = \sqrt{5}$.
c- As M moves on the circle with center B and radius 1, show that M' moves on a circle whose center and radius are to be determined.
- 2) Suppose that $z = -2 + iy$ with y a nonzero real number.
a- Find in terms of y the algebraic form of z' .
b- Determine the point M for which z' is real.

III-(4 points)

Consider two urns A and B.

- Urn A contains two balls numbered 1 and 2.
- Urn B contains four balls numbered 1, 2, 3 and 4.



1) One of the two urns A and B is randomly chosen, after which a ball is randomly selected from this urn.

Consider the following events:

- A: « the chosen urn is A »;
- N: « the selected ball is numbered 1 ».

a- Calculate the probabilities $P(N/A)$ and $P(N \cap A)$.

b- Show that $P(N) = \frac{3}{8}$ and deduce $P(A/N)$.

2) In this part, the six balls from the two urns A and B are placed in one urn W.

Two balls are selected randomly and simultaneously from the urn W.

Consider the following events:

- E: « the two selected balls carry the same number »;
- F: « the sum of numbers carried by the two selected balls is odd ».

a- Verify that $P(E) = \frac{2}{15}$.

b- Calculate $P(F)$ and $P(F/\bar{E})$.

IV- (8 points)

A-

Let g be the function defined on \mathbb{R} as $g(x) = x - 1 + e^x$.

1) Show that g is strictly increasing on \mathbb{R} . Set up the table of variations of g .

2) Calculate $g(0)$, then study according to the values of x the sign of $g(x)$.

B-

Let f be the function defined on \mathbb{R} as $f(x) = \frac{(x-2)e^x}{1+e^x}$ and (C) its representative curve in an

orthonormal system $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Denote by (Δ) the line with equation $y = x - 2$.

1) Determine $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. Deduce an asymptote to (C).

2) Study, according to the values of x , the relative positions of (C) and (Δ) .

3) Determine $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ and show that (Δ) is an asymptote to (C).

4) Show that $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(1+e^x)^2}$, then set up the table of variations of f .

5) Plot (Δ) and (C).

6) The function f has over $[0; +\infty[$ an inverse function h . Calculate $h'(0)$.

عدد المسائل: أربع	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	الاسم: الرقم:
-------------------	--	------------------

إرشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يجب طبع المرشّح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

I - (4 علامات)

في الفضاء الإحداثي العائد للنظام $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعطي المستوي (P) ذو المعادلة $x - 2y + 2z - 6 = 0$ والمستقيمين (d) و (d')
المعرّفين كما يلي:

$$(d) : \begin{cases} x = m + 1 \\ y = 2m + 1 \\ z = 2m + 2 \end{cases} \text{ و } (d') : \begin{cases} x = 2t \\ y = 5t - 3 \\ z = 4t \end{cases} \text{ حيث أن } m \text{ و } t \text{ عددا حقيقيان.}$$

- 1- جد إحداثيات النقطة A حيث يتقاطع المستقيم (d) والمستوي (P).
- 2- تحقق أنّ النقطة A تقع على المستقيم (d') وأنّ المستقيم (d') موجود في المستوي (P).
- 3- أ- أكتب معادلة المستوي (Q) المكوّن من المستقيمين (d) و (d').
ب- برهن أنّ المستويين (P) و (Q) متعامدان.
- 4- النقطة $B(1; 1; 2)$ موجودة على المستقيم (d).
أحسب المسافة بين النقطة B والمستقيم (d').

II - (4 علامات)

في المستوي المركب العائد للنظام $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعطي النقاط $A(-i)$ و $B(-2)$ و $M(z)$ حيث z هو عدد مركب غير 2 - . لتكن

$$\text{النقطة } M'(z') \text{ حيث } z' \text{ هو عدد مركب معرّف كما يلي: } z' = \frac{1-iz}{z+2}$$

- 1- أ- جد الصورة الجبرية للعدد المركب $(z' + i)(z + 2)$.
- ب- أعط تفسيراً هندسياً لكل من $|z + 2|$ و $|z' + i|$ ثم استنتج أنّ $AM' \times BM = \sqrt{5}$.
- ج- عندما تتحرك النقطة M على دائرة مركزها B ونصف قطرها 1، برهن أنّ النقطة M' تتحرك على دائرة، ثم حدّد مركز هذه الدائرة ونصف قطرها.
- 2- لنفترض أنّ $z = -2 + iy$ حيث y هو عدد حقيقي غير الصفر.
- أ- أكتب بدلالة y الصورة الجبرية للعدد المركب z' .
- ب- حدّد النقطة M عندما يكون z' عدد حقيقي.

III - (4 علامات)



لدينا علبتان A و B

- تحتوي العلبة A على طابقتين تحملان الرقمين 1 و 2
 - تحتوي العلبة B على أربع طابات تحمل الأرقام 1 و 2 و 3 و 4.
- 1- نختار عشوائياً إحدى العلبتين، ثم نسحب عشوائياً طابطة من هذه العلبة. نعرّف الحدثين A و N كما يلي:
- A: العلبة المختارة هي A
 - N: الطابطة المسحوبة تحمل الرقم 1
- أ- أحسب الاحتمالين $P(N/A)$ و $P(N/A)$.

ب- بين أن $P(N) = \frac{3}{8}$ و استنتج $P(A/N)$.

- 2- في هذا القسم تم وضع كل الطابات الست في علبة أخرى نسحب دفعة واحدة وعشوائياً طابقتين من هذه العلبة. نعرّف الحدثين E و F كما يلي:

- E: الطابقتان المسحوبتان تحملان الرقم نفسه
- F: الطابقتان المسحوبتان تحملان رقمين مجموعهما فردي.

أ- تحقق أن $P(E) = \frac{2}{15}$.

ب- أحسب $P(F)$ و $P(F/\bar{E})$.

IV - (8 علامات)

لتكن الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = x - 1 + e^x$.

أ-

- 1- برهن أن الدالة g متزايدة على \mathbb{R} ، ثم أنشئ جدول التغير الخاص بها.
- 2- أحسب $g(0)$ ، ثم أدرس إشارة $g(x)$ حسب قيم المتغير x .

ب-

لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي $f(x) = \frac{(x-2)e^x}{1+e^x}$ ، وليكن (C) بيان هذه الدالة في المستوي الإحداثي $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

ليكن (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x - 2$.

1- حدّد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ثم استنتج المحاذي (المقارب) الأفقي للبيان (C).

2- أدرس حسب قيم المتغير x موقع البيان (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3- حدّد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وبيّن أن المستقيم (Δ) هو المحاذي (المقارب) المائل للبيان (C).

4- برهن أن $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(1+e^x)^2}$ ثم أنشئ جدول التغير للدالة f .

5- أرسم (Δ) و (C).

6- للدالة f على الفترة $[0; +\infty[$ دالة عكسية h . أحسب $h'(0)$.